

А.А. ГУСЕВ, В.М. ПАВЛОВ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СТЕПЕННЫХ МОМЕНТОВ
ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОЧАГОВОГО ПРОЦЕССА ГЛУБОКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

(Представлено академиком М.А. Садовским 22 IX 1985)

В [1, 2] авторы предложили описывать пространственно-временную структуру очага землетрясения с помощью степенных моментов скорости подвижки (более общий подход см. [3]) и указали способ расчета степенных моментов по записям объемных волн. Такой подход имеет принципиальные преимущества перед традиционным, когда по наблюдениям определяют параметры модели источника с заданным априори функциональным видом. В настоящей работе мы приводим результаты расчета нормированных степенных моментов для очага глубокого землетрясения 15 II 1971 (25° , $20'$ ю.ш., 178° , $41'$ в.д., глубина $H = 547$ км, $m_{PV} = 6,0$).

Рассмотрим две модели очага землетрясения. В первом модели (А) очаг расположен в ограниченном объеме V однородной изотропной упругой среды и описывается тензором объемной плотности сейсмического момента

$$m_{ij}(x, t) = M_{ij}^{(0)} f^V(x, t), \quad i, j = 1, 2, 3;$$

$x = (x_1, x_2, x_3)$ — декартовы координаты, t — время, $M_{ij}^{(0)} = M_{ji}^{(0)}$ — "единичный" тензор ($\frac{1}{2} M_{ij}^{(0)} M_{ij}^{(0)} = 1$, здесь и ниже по повторяющимся индексам суммирование от 1 до 3). Во второй модели (Б) очаг — сдвиговый разрыв на плоской площадке Σ (с нормалью n) со скачком смещения $B(x, t) = b f^\Sigma(x, t)$ ($|b| = 1$, $b = \text{const}$). Модель Б — частный случай модели А, причем

$$M_{ij}^{(0)} = n_i b_j + n_j b_i, \quad f^V(x, t) = \mu f^\Sigma(x, t) \delta_\Sigma(x);$$

$f^V(x, t)$ и $f^\Sigma(x, t)$ таковы, что: 1) производные по t $\dot{f}^V(x, t)$, $\dot{f}^\Sigma(x, t) \neq 0$ лишь для t из интервала $(0, T)$ (время работы очага); 2) $f^V(x, t) = 0$ и $f^\Sigma(x, t) = 0$ при

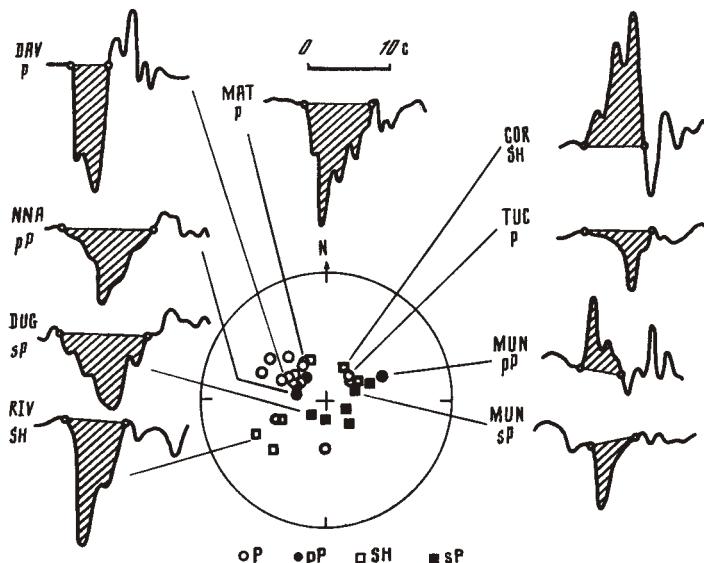


Рис. 1. Положение точек наблюдения и примеры обратно-фильтрованных записей объемных волн. В стереографической проекции нижней полусфера приведены: для фаз P , SH – точки для векторов \mathbf{r} , для фаз pP , sP – точки для векторов – \mathbf{r} . Для импульсов указаны начало и конец, приведены коды сейсмических станций

$t < 0$; 3) области, где $f^V(\mathbf{x}, t)$ и $f^\Sigma(\mathbf{x}, t)$ отличны от нуля, при $t \rightarrow 0$ стягиваются в точку $\mathbf{x} = 0$ (типоцентр); 4) $f^V(\mathbf{x}, t)$ и $f^\Sigma(\mathbf{x}, t)$ возрастают по t .

С помощью функционала $\mathcal{L}(g) = \int_V \int_0^T g(\mathbf{x}, t) \dot{f}^V(\mathbf{x}, t) dt dV$ введем нормированные степенные моменты очага А следующим образом. Начальные моменты 1-го порядка:

$$N_\alpha = \mathcal{L}(\mathbf{x}_\alpha)/\mathcal{L}(1), \quad \alpha = 0, 1, 2, 3, \quad \mathbf{x}_0 \equiv t.$$

Начальные и центральные моменты 2-го порядка:

$$N_{\alpha\beta}^{(0)} = \mathcal{L}(\mathbf{x}_\alpha \mathbf{x}_\beta)/\mathcal{L}(1), \quad N_{\alpha\beta} = N_{\alpha\beta}^{(0)} - N_\alpha N_\beta, \quad \alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \quad \mathbf{x}_0 \equiv t.$$

Для источника Б моменты вводятся аналогично, причем в этом случае

$$(1) \quad n_i N_i = 0, \quad n_i N_{0i} = 0, \quad n_i N_{ij} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Величина $\mathcal{L}(1)$ соответствует скалярному сейсмическому моменту M_0 .

В дальней зоне в безграничной среде источники порождают импульсы объемных волн P и S . Для импульса смещения $u(t, \mathbf{r})$ в волне на луче $\mathbf{r} (|\mathbf{r}| = 1)$ введем нормированные степенные моменты

$$e_1(\mathbf{r}) = \frac{1}{E_0(\mathbf{r})} \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} u(t, \mathbf{r}) t dt, \quad e_2^{(0)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{E_0(\mathbf{r})} \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} u(t, \mathbf{r}) t^2 dt,$$

$$e_2 = e_2^{(0)} - e_1^2.$$

Здесь $E_0(\mathbf{r}) = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} u(t, \mathbf{r}) dt$ – "площадь" импульса, $t_{\text{нач}}$ и $t_{\text{кон}}$ – его начало и конец.

Величины $e_1^{(k)} = e_1(\mathbf{r}^{(k)})$ и $e_2^{(k)} = e_2(\mathbf{r}^{(k)})$ для луча $\mathbf{r}^{(k)}$, $k = 1, \dots, n$, для которого есть наблюдения объемных волн, связаны с моментами источника А

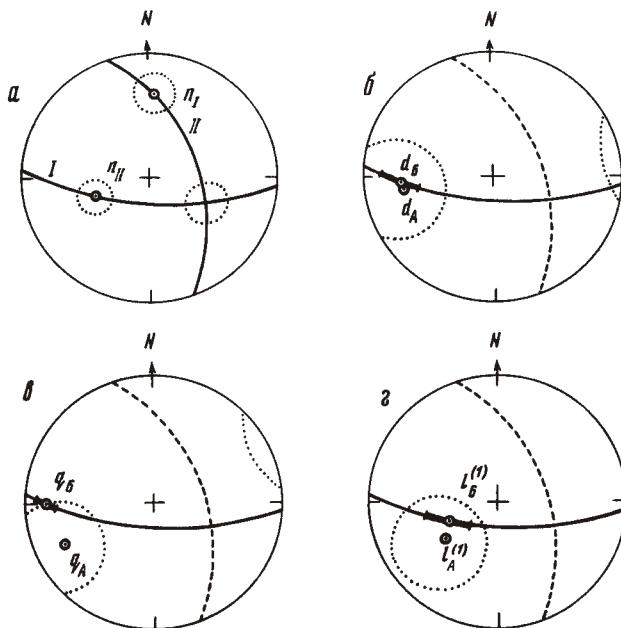


Рис. 2. Результаты расчетов направлений векторов. Проекция та же, что и на рис. 1. Указаны 70%-ные доверительные области в виде овала (трехмерный расчет) или отрезка (двумерный расчет). *a* – нодальные плоскости *P* (варианты площадки очага и нормали к ней n_I , n_{II}); *b*, *c*, *d* – векторы d , q и $l^{(k)}$

соотношениями [1, 2]

$$(2) \quad N_0 - r_i^{(k)} N_i / c = e_1^{(k)},$$

$$(3) \quad N_{00} - 2r_i^{(k)} N_{0i} / c + r_i^{(k)} r_j^{(k)} N_{ij} / c^2 = e_2^{(k)},$$

где $c = c_p$ или $c = c_S$. Если величины e_1 или e_2 известны для достаточного числа лучей ($n \geq 4$ для (2), $n \geq 10$ для (3)), то наборы соотношений (2), (3) представляют собой две системы линейных уравнений относительно N_α и $N_{\alpha\beta}$, которые можно решить методом наименьших квадратов (МНК). При этом система (3) однозначно разрешима лишь при совместном использовании данных по *P*- и *S*-волнам. Для источника Б при известной плоскости Σ уравнения (2), (3), выписанные в декартовой системе координат (x'_1, x'_2, x'_3) с x'_3 вдоль n , не содержат N_3 , $N_{\alpha 3}$ в силу (1). Поэтому число неизвестных снижается с 4 до 3 и с 10 до 6 соответственно.

В расчетах для землетрясения 15 II 1971 сначала приняли общую модель А, а затем, после обоснования применимости, использовали модель Б. Для расчетов отобрали записи фаз *P*, *S*, а также фаз *pP* (соответствует *P*) и *sP* (соответствует *SV*) на длиннопериодных приборах мировой сети. По записям *S*-волны рассчитали и далее использовали только компоненту *SH*. Использовано 14 записей *P*, 6 – *SH*, 4 – *pP*, 6 – *sP*. Над оцифрованными записями провели обратную фильтрацию для коррекции эффектов прибора и поглощения в среде (см. рис. 1). Для учета поглощения приняты значения $t^* = 0,66c(P)$, $1,11c(pP)$, $1,60c(SH)$, $1,90c(sP)$. Далее рассчитали тензор сейсмического момента очага $M_{ij} = M_0 M_{ij}^{(0)}$. Для этого импульсы *P* и *SH* пересчитали на фокальную сферу и определили величины $E_0^{(k)}$ численным интегрированием. Тензор рассчитали по $E_0^{(k)}$ [4] МНК и с использованием импульсов *P*; результаты проконтролированы с использованием импульсов *SH*, дополнительных знаков длин-

Таблица 1

Результаты расчетов параметров очага
и стандартные уклонения (в скобках)

Модель	$ d , \text{км}$	$ q , \text{км} \cdot \text{с}$	$N_{11}^*, \text{км}^2$	$N_{22}^*, \text{км}^2$	$N_{33}^*, \text{км}^2$	$N_0, \text{с}^2$	$R_t, \text{с}^2$	$R_1, \text{км}$
А	8,8 (2,7)	7,9 (2,2)	60 (25)	-2 (33)	-126 (94)	3,6 (0,2)	1,7 (0,1)	7,75 (1,7)
	8,9 (2,3)	8,3 (1,7)	56 (19)	-47 (33)	-	3,6 (0,2)	1,6 (0,1)	7,5 (1,3)
Б								

ногодинных P - и pP - и поляризации S -волн. Тензор близко соответствует источнику типа "двойной диполь без момента". Поэтому оправдано предположение, что реальный источник имеет тип Б. Нодальные плоскости P -волн (I и II) приведены на рис. 2а.

Затем численным интегрированием были определены недостающие величины $E_0^{(k)}$ и величины $e_1^{(k)}$ и $e_2^{(k)}$ для всех фаз. Времена $t_{\text{нач}}$ и $t_{\text{кон}}$ определялись визуально, причем предполагалось, что излученный импульс однополярный. По наборам $e_1^{(k)}$ и $e_2^{(k)}$ для источника А рассчитали N_α и $N_{\alpha\beta}$ по МНК. Обозначим $d_A = (N_1, N_2, N_3)$, $q_A = (N_{01}, N_{02}, N_{03})$. Тензор вторых пространственных моментов N_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, привели к главным осям. Обозначим главные значения N_{11}^* , N_{22}^* , N_{33}^* ($N_{11}^* \geq N_{22}^* \geq N_{33}^*$), а орты соответствующих главных осей $I_A^{(1)}, I_A^{(2)}, I_A^{(3)}$. Оказалось, что устойчиво определяются все N_α , $N_{0\alpha}$, а также N_{11}^* и $I_A^{(1)}$. Главные значения N_{22}^* , N_{33}^* , а также оси $I_A^{(2)}, I_A^{(3)}$ устойчиво не определяются. На рис. 2б, в, г приведены направления d_A , q_A и $I_A^{(1)}$, а в табл. 1 – скалярные величины.

В теории для плоского источника векторы d_A , q_A , $I_A^{(1)}$ и $I_A^{(2)}$ должны лежать в одной плоскости (Σ), и условия (1) позволяют ее определить. Фактически векторы d_A , q_A и $I_A^{(1)}$ близки друг к другу, а $I_A^{(2)}$ неизвестен. Этот результат не противоречит предположению о плоском источнике, но положение плоскости только по N_α и $N_{\alpha\beta}$ определить не удается. Привлекая данные рис. 2а, обнаруживаем, что все упомянутые векторы близки к нодальной плоскости I, которая тем самым однозначно выделяется как плоскость разрыва.

Расчеты повторили для модели Б. "Двумерные" моменты далее помечены чертой. Оказалось, что новые оценки d_B , q_B , \bar{N}_0 , \bar{N}_{00} , \bar{N}_{11}^* и $I_B^{(1)}$ (рис. 2 и табл. 1) близки к их "трехмерным" аналогам. Неустойчивость для N_{22}^* возникает снова, и оценка \bar{N}_{22}^* отрицательна, хотя значимо не отличается от нуля. (Из условия $f^\Sigma(x, t) \geq 0$ следует, что \bar{N}_{22}^* всегда положительно). По-видимому, реальное значение \bar{N}_{22}^* заметно меньше \bar{N}_{11}^* , т.е. источник вытянут в направлении $I_B^{(1)}$.

Чтобы проверить надежность МНК-оценок точности, была проведена серия расчетов, в которых исключалась часть данных и (или) варьировались времена $t_{\text{нач}}$ и $t_{\text{кон}}$, если они определялись неуверенно. Разброс результатов удовлетворительно согласуется с оценками точности МНК.

Смысл результатов следующий (см. [1, 2, 5]). Центр тяжести статического источника ($f^\Sigma(x, T)$) расположен по направлению d на расстоянии $|d|$ от гипоцентра. Среднее направление распространения разрыва определяется вектором q . Величина $R_1 = \sqrt{N_{11}^*}$, аналогичная стандартному уклонению, характеризует размер источника вдоль оси $I^{(1)}$, а $R_t = \sqrt{N_{00}}$ подобным же образом характеризует длительность. Можно гарантировать, что 90% "массы" $f^\Sigma(x, T)$ локализовано вдоль $I_B^{(1)}$ в интервале

ле $\mp 3,16R_1$ от центра тяжести. Скорость фронта разрыва без априорных предположений определить нельзя. Допуская модель Хаскелла–Аки, можно получить тремя способами оценки скорости фронта. Они не противоречат друг другу и в среднем дают $3,4 \pm 0,4$ км/с ($0,60c_S$). Для этой же модели можно получить оценки длины $L_H = 26,0 \pm 4,5$ км, длительности $T_H = 6,8 \pm 0,3$ с и две оценки степени однородности вспарывания: $\kappa = |\mathbf{d}|/(0,5L_H) = 0,68 \pm 0,28$ и $\rho = |\mathbf{q}|/R_1R_t = 0,60 \pm 0,3$ (для одностороннего вспарывания $\kappa = \rho = 1$, для симметричного $\kappa = \rho = 0$). В целом первую попытку применить метод степенных моментов к описанию реального очага можно считать удачной.

Институт вулканологии
Дальневосточного научного центра
Академии наук СССР, Петропавловск-Камчатский

Поступило
29 IV 1985

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусев А.А., Павлов В.М. – ДАН, 1978, т. 239, № 2, с. 289–292. 2. Гусев А.А., Павлов В.М. – Вулканол. и сейсмол., 1982, № 5, с. 61–82. 3. Backus G., Mulcahy M. – Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1976, № 47, р. 301–329. 4. Костров Б.В. Механика очага тектонического землетрясения. М.: Наука, 1975. 176 с. 5. Backus G. – Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1977, vol. 51, № 1, р. 1–25.