Доклады Академии наук СССР
1978. Том 239, № 2

УДК 550.34 *ГЕОФИЗИКА*

А. А. ГУСЕВ, В. М. ПАВЛОВ

СИСТЕМА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПО СМЕЩЕНИЯМ В ОБЪЕМНЫХ ВОЛНАХ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

(Представлено академиком М. А. Садовским 10 XI 1977)

Рассмотрим следующую идеализированную модель очага землетрясения: в однородном изотропном упругом пространстве с коэффициентами Ламе λ и μ в некоторой области Σ некоторой плоскости с ортом нормали n_i задан вектор B_i скачка смещения (Бюргерса), направление которого определяется фиксированным ортом b_i, причем $n_ib_i=0$ (отрыв отсутствует). Векторы здесь и далее предполагаются выраженными в некоторой декартовой системе координат x_1, x_2, x_3, уточняемой ниже. Время обозначается t или x_4, нижние индексы латинских букв, кроме t, пробегают значения 1, 2, 3, нижние греческих — 1, 2, 3, 4; по повторяющимся индексам, кроме k, подразумевается суммирование. Начало системы координат x_i будем считать расположенным в точке, в которой начался процесс разрыва (эта точка единственна для спонтанно образующегося разрыва). Наравне с декартовой системой x_i рассматривается сферическая система координат R, θ, φ, связанная с ней обычным образом.

Допустим, что при $t<0$

$$B_i(x_\alpha)=B_i(x_j,\ t)=B(x_j,\ t)b_i=0,$$

а при $t>t_1$ $\quad B_i$ не зависит от t:

$$B_i(x_j,\ t)=B_1(x_j)b_i.$$

Известной интегральной характеристикой очага землетрясения является величина сейсмического момента M_0 [1] или дислокационного момента [2]

$$M=\frac{M_0}{\mu}=\int\limits_\Sigma B_1(x_i)\,dS=\int\limits_0^{t_1}\int\limits_\Sigma \dot B(x_i,t)\,dS\,dt=\int\limits_V \dot B(x_\alpha)\,dV, \tag{1}$$

где dS — элемент площади на Σ, $dV=dS\,dt$ и V есть прямое произведение $\Sigma\times(0,\ t_1)$, т. е. пространственно-временной объем, охватывающий процесс землетрясения, и $\dot B=\partial B/\partial t$. Введем в рассмотрение первые и вторые начальные моменты величины $\dot B$:

$$M_\alpha{}^0=\int\limits_V x_\alpha \dot B(x_\gamma)\,dV,\qquad M_{\alpha\beta}{}^0=\int\limits_V x_\alpha x_\beta \dot B(x_\gamma)\,dV. \tag{2}$$

Для частных случаев:

$$M_i{}^0=\int\limits_\Sigma x_iB_1(x_m)\,dS,\qquad M_{ij}{}^0=\int\limits_\Sigma x_ix_jB_1(x_m)\,dS,$$

$$M_4{}^0\equiv M_t{}^0=\int\limits_0^{t_1}\int\limits_\Sigma t\dot B(x_m,t)\,dS\,dt,$$

$$M_{i4}{}^0\equiv M_{it}{}^0=\int\limits_0\int\limits_\Sigma x_it\dot B(x_m,t)\,dS\,dt,\qquad M_{44}{}^0\equiv M_{tt}{}^0=\int\limits_0\int\limits_\Sigma t^2\dot B(x_m,t)\,dS\,dt.$$

Далее можно определить нормированные начальные моменты

$$M_\alpha{}^{\text{он}}=M_\alpha{}^{\text{о}}/M, \quad M_{\alpha\beta}{}^{\text{он}}=M_{\alpha\beta}{}^{\text{о}}/M \tag{3}$$

и нормированные центральные моменты

$$M_\alpha{}^{\text{цн}}=0, \quad M_{\alpha\beta}{}^{\text{цн}}=M_{\alpha\beta}{}^{\text{он}}-M_\alpha{}^{\text{он}}M_\beta{}^{\text{он}}. \tag{4}$$

Последние получаются, если начало системы координат и отсчета времени перенести в точку $d_\alpha=M_\alpha{}^{\text{он}}$ — «центр тяжести» величины $\dot{B}$, определяемый из уравнений

$$\int\limits_V (x_\alpha-d_\alpha)\dot{B}(x_j)\,dV=0. \tag{5}$$

Выделим пространственную часть тензора $M_{\alpha\beta}{}^{\text{цн}}$, а именно $M_{ij}{}^{\text{цн}}$, и приведем ее к главным осям. Перенумеруем эти оси в порядке уменьшения главных значений и совместим с этими осями оси декартовой системы координат $x_i{}^c$. Назовем «собственной» систему координат и отсчета времени $x_\alpha{}^c$, определяемую через x_α сдвигом на d_α и поворотом осей x_i до совпадения с $x_i{}^c$. Моменты в этой системе снабдим индексом с.

Очевидно, в силу предположения о расположении источника в плоскости, ось $x_3{}^c$ совпадает с n_i, а моменты $M_{33}^{\text{цнс}}$ и $M_{3t}^{\text{цнс}}$ будут равны нулю. Остаются ненулевыми пространственные моменты $M_{11}^{\text{цнс}}$ и $M_{22}^{\text{цнс}}$, а также $M_{1t}^{\text{цнс}}, M_{2t}^{\text{цнс}}$ и $M_{tt}^{\text{цнс}}$. Эти величины можно рассматривать как аналоги дисперсий и ковариаций, если $\dot{B}$ считать плотностью вероятности (однако $\dot{B}$ не обязана быть всегда положительной). Что же касается величин d_i и $d_4=d_t$, то это — вектор, соединяющий точку начала процесса (гипоцентр) с центром тяжести величины B_1, и интервал времени от начала процесса до его временного центра-тяжести.

Для иллюстрации в табл. 1 приведены значения некоторых из введенных нами характеристик, а также производных от них — «среднеквадратического радиуса» в длину $R_1=\sqrt{M_{11}^{\text{цнс}}}$ и в ширину $R_2=\sqrt{M_{22}^{\text{цнс}}}$, «среднеквадратической длительности» $R_t=\sqrt{M_{tt}^{\text{цнс}}}$ и «коэффициентов односторонности» в длину и в ширину ρ_k $(k=1, 2)$, аналогичных коэффициентам корреляции $\rho_k=M_{kt}^{\text{цн}}/(R_kR_t)$ для двух простых моделей очага.

1. Дислокационная модель. В этой простой, но физически невозможной модели проскальзывание на прямоугольной площадке длины L и ширины W начинается на линии, расположенной параллельно меньшей стороне на расстоянии l от центра, и распространяется в обе стороны с постоянной скоростью v. В каждой точке постоянное по площадке значение $B_1=B$ достигается мгновенно.

2. Эллиптическая трещина. Для этого случая мы ограничились пространственными характеристиками. Проскальзывание начинается на расстоянии l от центра на большой оси эллиптической сдвиговой трещины без трения берегов, возникшей в однородном поле напряжений. Тогда, согласно Эшелби [3]:

$$B_1(x_1{}^c, x_2{}^c)=B\sqrt{1-(x_1{}^c/a)^2-(x_2{}^c/b)^2}$$

внутри эллипса и $B_1=0$ вне его. Здесь a и b — полуоси эллипса.

Чтобы показать, каким образом введенные характеристики могут быть определены по упругому излучению в дальней зоне, рассмотрим следующую формулу, описывающую смещение в упругих волнах от нашего источника (см. например, [4] и [5]):

$$u_k(t, r_i, R)=F_k(r_i, b_j, n_l, R)\int\limits_\Sigma \dot{B}\left(x_m, t+\frac{x_m r_m}{c_k}-\frac{R}{c_k}\right)dS; \tag{6}$$

Таблица 1

Моменты и производные величины для двух моделей источника. Предполагается, что оси x_i и x_i^c параллельны и что начало координат в случае 1 находится на продольной оси прямоугольника. Величины $M_2^{\text{он}} = d_2$, $M_3^{\text{он}} = d_3$, $M_{12}^{\text{он}}$, $M_{\alpha 3}^{\text{он}}$ и ρ_2 все равны нулю. Безразмерное отношение $2l/L$ обозначено $\varkappa$

Параметры	Модель 1	Модель 2	Параметры	Модель 1
M	BLW	$\frac{2\pi}{3} Bab$	$M_t^{\text{он}} = d_t$	$L(1+\varkappa^2)/4v$
$M_1^{\text{он}}$	l	l	$M_{tt}^{\text{он}}$	$L^2(1+3\varkappa^2)/12v^2$
$M_{11}^{\text{он}}$	$L^2(1+3x^2)/12$	$l^2+a^2/5$	$M_{tt}^{\text{цнс}}$	$L^2(1+6\varkappa^2-3\varkappa^4)/48v^2$
$M_{22}^{\text{он}} = M_{22}^{\text{цнс}}$	$W^2/12$	$b^2/5$	R_t	$L\sqrt{1+6\varkappa^2-3\varkappa^4}/4v\sqrt{3}$
$M_{11}^{\text{цнс}}$	$L^2/12$	$a^2/5$	$M_{1t}^{\text{цнс}}$	$L^2\varkappa(3-\varkappa^2)/24v$
R_1	$L/\sqrt{12}$	$a/\sqrt{5}$	ρ_1	$\varkappa(3-x^2)/\sqrt{1+6\varkappa^2-3\varkappa^4}$
R_2	$W/\sqrt{12}$	$b/\sqrt{5}$		

здесь r_i — орт луча в точку наблюдения, $c_1^2 = c_P^2 = (\lambda+2\mu)/\rho$, $c_{2,3} = c_S^2 = \mu/\rho$ (ρ — плотность); а значения $k=1, 2, 3$ соответствуют волнам P и S с поляризациями вдоль θ и φ. Множители перед интегралом имеют вид

$$\begin{aligned} F_1 &= (4\pi c_P^3 R)^{-1}(r_i Q_{ij} r_j), \\ F_2 &= (4\pi c_S^3 R)^{-1}(\theta_i Q_{ij} r_j), \\ F_3 &= (4\pi c_S^3 R)^{-1}(\varphi_i Q_{ij} r_j), \end{aligned} \tag{7}$$

$Q_{ij} = b_i n_j + b_j n_i$; θ_i, φ_i — орты в направлениях координатных линий θ и φ. Выполним над обеими частями (6) преобразование Фурье по времени

$$U_k(\omega) \equiv u_k(\omega, r_j, R)\, e^{iR\omega/c_k} = F_k \int_\Sigma \dot{B}(x_m, \omega)\, e^{i\omega r_m x_m/c_k}\, dS. \tag{8}$$

Взяв логарифмическую производную по ω от обеих частей (8), а затем еще раз продифференцировав, после преобразований получим

$$\frac{1}{U_k}\frac{\partial U_k}{\partial \omega} = \frac{1}{I_k}\frac{\partial I_k}{\partial \omega}; \qquad \frac{1}{U_k}\frac{\partial^2 U_k}{\partial \omega^2} = \frac{1}{I_k}\frac{\partial^2 I_k}{\partial \omega^2}, \tag{9}$$

где через I_k обозначен интеграл в правой части (8). Устремляя здесь ω к нулю и используя тот факт, что, с одной стороны,

$$\left.\frac{\partial^{(n)} U_k}{\partial \omega^n}\right|_{\omega\to 0} = i^n \int_{R/c_k}^{R/c_k+t_2} u_k(t)\,(t-R/c_k)^n\, dt \equiv i^n E_{nk}, \tag{10}$$

где $n=0, 1, 2, \ldots$ и t_2 — фактическая (ограниченная) длительность импульса излучения, а с другой стороны,

$$\begin{aligned} \left.\frac{1}{I_k}\frac{\partial I_k}{\partial \omega}\right|_{\omega\to 0} &= \frac{i r_m}{c_k} M_m^{\text{он}} - i M_t^{\text{он}}, \\ \left.\frac{1}{I_k}\frac{\partial^2 I_k}{\partial \omega^2}\right|_{\omega\to 0} &= -\frac{r_m r_n}{c_k^2} M_{mn}^{\text{он}} + \frac{2 r_m}{c_k} M_{mt}^{\text{он}} + M_{tt}^{\text{он}}, \end{aligned} \tag{11}$$

обнаруживаем, что получено три пары линейных уравнений относительно неизвестных нормированных начальных моментов первого и второго порядка:

$$\frac{E_{1k}}{E_{0k}}=\frac{r_m}{c_k}M_m^{\text{он}}-M_t^{\text{он}},\quad \frac{E_{2k}}{E_{0k}}=\frac{r_m r_n}{c_k^2}M_{mn}^{\text{он}}-\frac{2r_m}{c_k}M_m^{\text{он}}+M_{tt}^{\text{он}}. \tag{12}$$

Заметим, что интегралы E_{nk} могут быть переписаны в виде

$$E_{nk}=\int\limits_0^{t_1} u_k'(t_k)t_k^n\,dt_k,$$

где $u_k'(t_k)=u_k(t_k+R/c_k)=u_k(t)$ и t_k — время, отсчитываемое от момента вступления P или S при $k=1$ или 2, 3. При идеальных наблюдениях вторая и третья пара уравнений (12) совпадут. Таким образом, каждая точка наблюдения доставляет две пары независимых уравнений для моментов первого и второго порядка, если привлекать наблюдения P- и S-волн, и одну пару ($k=1$), если ограничиться P-волнами. Для определения моментов $M_\alpha^{\text{он}}$ требуется 4, а для $M_{\alpha\beta}^{\text{он}}$ — 10 независимых уравнений. Таким образом, необходимо, по крайней мере, 5 точек наблюдения при использовании P- и S-волн и 10 точек при использовании только P-волн.

Возможность применения полученных результатов для интерпретации сейсмологических наблюдений очевидна. Для реальных наблюдений и реальной Земли r_i могут быть получены с помощью известной процедуры «выпрямления лучей», а интегралы E_{nk} получаются в результате деконволюции сейсмических записей и последующего интегрирования. При этом полоса пропускания аппаратуры должна позволять восстановление смещения в объемных волнах вплоть до частот порядка $1/t_1$. Скорости $c_{P,S}$ в Земле известны. Некоторые проблемы создает необходимость учета волнового характера отражения от поверхности слоистой Земли под сейсмостанцией и частотно-зависимого поглощения, но в первом приближении этими эффектами можно пренебречь. Любые частотно-независимые множители, входящие в реальное $u_{P,S}(t)$, в частности геометрическое расхождение и диаграмму направленности, учитывать не нужно. Использование избыточного по сравнению с минимальным количества наблюдений позволит оценить внутреннюю сходимость подобной методики. Принципиальное ограничение данной методики возникает из-за необходимости использования изолированных пакетов P- и S-волн, что реально достижимо только при землетрясениях, размер очага которых мал по сравнению с глубиной очага. Это исключает возможность применения методики к поверхностным землетрясениям заметной величины.

Из табл. 1 и предшествующего обсуждения ясно, что, например, в рамках дислокационной модели по эмпирически определенным моментам $M_\alpha^{\text{он}}$ и $M_{\alpha\beta}^{\text{он}}$ могут быть определены: ориентировка площадки разрыва и положение его центра тяжести, длина, ширина и длительность разрыва, скорость и степень симметричности вспарывания. Степень близости $M_{33}^{\text{цнс}}$ к нулю укажет на степень справедливости исходной предпосылки о единственной и плоской площадке разрыва. Заметим, что ориентировка площадки разрыва определяется независимо от данных о «механизме очага» и поэтому при известном механизме может служить основой для однозначного определения вектора b_i — направления подвижки в очаге.

Институт вулканологии
Дальневосточного научного центра
Академии наук СССР
Петропавловск-Камчатский

Поступило
24 X 1977

ЛИТЕРАТУРА

[1] *V. I. Keylis-Borok*, Ann. geofis., v. 12, 205 (1959). [2] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория упругости, М., 1965. [3] *J. D. Eshelby*, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, v. 241, 376 (1959). [4] *Б. В. Костров*, Механика очага тектонического землетрясения, М., 1975. [5] *F. A. Dahlen*, Bull. Seismol. Soc. Am., v. 64, 1159 (1974).