

ИЗМЕНЕНИЯ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОПАДАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ В ЗАДАННЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ГЛУБИНЫ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КЛАССА, ВЫЧИСЛЕННЫХ НА ОСНОВЕ КАТАЛОГА КАМЧАТСКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ.

Павлов А.В.

Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, с. Паратунка, Камчатский край, alpvl@yandex.ru

Введение

Данная работа направлена на исследование сейсмического режима Камчатского региона на основе применения методов теории вероятности к каталогу Камчатских землетрясений. На основе данного подхода были вычислены в частотном представлении вероятности попадания сейсмических событий в заданные интервалы глубины $\Delta h=1$ км и энергетического класса $\Delta k=1$ и доверительные интервалы для них. На основе полученных результатов был проведен анализ изменений в сейсмическом режиме за период 1978 – 2008 гг.

Методика исследования

При теоретико-вероятностном подходе каталог землетрясений можно представить в виде вероятностного пространства трех математических объектов, а именно: Ω – пространство элементарных событий, \tilde{F} – множество подмножеств случайных событий, P – вероятности этих событий [1]. При этом каждое землетрясение рассматривается как единичный исход ω_i в пространстве Ω , мощность которого за рассматриваемый период задается числом событий каталога. В свою очередь, каждый исход ω_i определяется системой случайных непрерывных величин: широтой φ_i , долготой λ_i , глубиной h_i , энергетическим классом $k_i=\lg E$ и временем t_i . Время единичного события как случайная величина из дальнейшего анализа в предлагаемой модели будет исключено. Составляя комбинации из случайных величин и фиксируя в заданных пределах другие, можно построить подмножества случайных событий в \tilde{F} . Так как случайные величины φ_i , λ_i , h_i и k_i заключены в соответствующие интервалы между минимальными и максимальными значениями, то для пространства элементарных событий справедливо

$$\Omega = \{ \omega: \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}; \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}; h_{\min} \leq h \leq h_{\max}; k_{\min} \leq k \leq k_{\max} \} \quad (1).$$

Максимальные и минимальные значения входящих в (1) случайных величин задаются геометрией реального сейсмического региона, а также его внутренними свойствами, определяющими энергетику события. Причем, в зависимости от поставленной задачи, в (1) можно варьировать пределы рассматриваемых интервалов Δ_j , уменьшая или увеличивая их границы, изменяя общее число событий множества, образующих полную группу. Чтобы перейти от идеализированного вероятностного пространства к реальному эксперименту, необходимо границы пространства элементарных событий Ω и сами вероятности P определять из каталога землетрясений на основе его статистической обработки.

Для непрерывных величин, определяющих сейсмическое событие, плотность распределения можно представить и как многомерную производную от $F(\varphi, \lambda, h, k)$, и как произведение условных и безусловных функций f следующим соотношением

$$f(\varphi, \lambda, h, k) = \partial^4 F(\varphi, \lambda, h, k) / \partial \varphi \partial \lambda \partial h \partial k = f(\varphi) \cdot f(\lambda|\varphi) \cdot f(h|\varphi, \lambda) \cdot f(k|\varphi, \lambda, h) \quad (2).$$

В (2) приняты обозначения: $f(\varphi)$ – безусловная плотность распределения сейсмических событий в зависимости от φ ; $f(\lambda|\varphi)$ – плотность распределения сейсмических событий по λ при условии, что их широта равна φ ; $f(h|\varphi, \lambda)$ – плотность распределения сейсмических событий по h при условии, что их широта и долгота соответственно равны φ и λ ; $f(k|\varphi, \lambda, h)$ – плотность распределения сейсмических событий по k при условии, что их долгота, широта и глубина соответственно равны λ , φ и h .

Зная аналитический вид плотности распределения (2), можно вычислить вероятность того, что сейсмическое событие попадет в заданные интервалы: по широте $\Delta \varphi_i = \varphi_i - \varphi_{i-1}$, долготе $\Delta \lambda_j = \lambda_j - \lambda_{j-1}$, глубине $\Delta h_m = h_m - h_{m-1}$ и по энергетическому классу $\Delta k = k_n - k_{n-1}$

$$P(\Delta\varphi_i, \Delta\lambda_j, \Delta h_m, \Delta k_n) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \int_{h_1}^{h_2} dh \int_{k_1}^{k_2} f(k, \varphi, \lambda, h) dk = F(\varphi_i, \lambda_j, h_m, k_n) - F(\varphi_{i-1}, \lambda_{j-1}, h_{m-1}, k_{n-1}) =$$

$$P(\Delta\varphi_i) \times P(\Delta\lambda_j | \Delta\varphi_i) \times P(\Delta h_m | \Delta\lambda_j, \Delta\varphi_i) \times P(\Delta k_n | \Delta h_m, \Delta\lambda_j, \Delta\varphi_i), \quad (3),$$

где i, j, m и n – индексы, соответствующих интервалов случайных величин. Подобным образом вычисляются и безусловные законы распределения для всех случайных величин k, φ, λ, h , а также различные комбинации для условных законов распределения от этих переменных. Статистическая обработка каталога по формуле (3) дает возможность не только ответить на вопрос о вероятности возникновения сейсмического события в том или ином заданном интервале географических координат, глубины и энергетического класса, но и получить численные значения ступенчатой функции распределения $F(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h, \Delta k)$. Это важно потому, что, как установлено экспериментально, с ростом числа событий n и уменьшением интервала относительная частота стремится к своему математическому аналогу P , а $F(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h, \Delta k)$ – к устойчивому непрерывному распределению $F(\varphi, \lambda, h, k)$. Иначе говоря, функция F определяет потенциальные возможности сейсмического режима произвольной области в терминах вероятности. Этот вывод естественно распространить и на численные значения вероятностей, определяющих возможности возникновения будущих событий, для которых координаты гипоцентров и энергетические классы попадают в заданные интервалы, т.е. выполнить прогноз. При таком подходе каталог землетрясений, представленный в виде математического объекта трех элементов, является опорной моделью, на фоне которой можно отслеживать изменения в сейсмической активности, т.е. регистрировать вариации в распределении вероятностей в локальных областях сейсмического региона за различные интервалы времени [2].

Для вычисления доверительных интервалов были выбраны восемь сейсмоактивных областей, расположенных вдоль восточного побережья Камчатки. Их координаты приведены в таблице 1.

Таблица 1. Координаты сейсмоактивных областей, расположенных вдоль восточного побережья Камчатки.

S ₁	Δφ=51° – 52° с.ш., λ=157° – 158.5° в.д	S ₅	Δφ=53° – 54° с.ш., λ=160° – 161.5° в.д.
S ₂	Δφ=51° – 52° с.ш., λ=158.5° – 160° в.д	S ₆	Δφ=53° – 54° с.ш., λ=161.5° – 163° в.д.
S ₃	Δφ=52° – 53° с.ш., λ=158.5° – 160° в.д	S ₇	Δφ=54° – 55° с.ш., λ=161.5° – 163° в.д.
S ₄	Δφ=52° – 53° с.ш., λ=160° – 161.5° в.д.	S ₈	Δφ=54° – 55° с.ш., λ=163° – 164.5° в.д.

Для этих областей были вычислены вероятности попадания сейсмических событий в заданные интервалы глубины Δh=1 км и энергетического класса Δk=1. Для анализа были выбраны землетрясения с глубинами до 70 км и энергетическим классом K≥9. Вероятности рассчитывались для шести временных интервалов: 1978 – 1994, 1995, 1996, 1997, 1998 и 1999 – 2008 гг.

Рассматривая вероятность попадания сейсмического события в некоторый интервал Δh и Δk как случайную величину, для каждого временного периода были вычислены математическое ожидание и дисперсия вероятностей [3]:

$$\tilde{m}_p(\Delta h, \Delta k) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i(\Delta h, \Delta k)}{n}, \quad \tilde{D}_p(\Delta h, \Delta k) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (p_i(\Delta h, \Delta k) - m)^2}{n-1}}, \quad \sigma_m = \sqrt{\tilde{D}_p/n},$$

где $p_i(\Delta h, \Delta k)$ – вероятность попадания сейсмических событий i -ой области в интервалы глубины Δh и энергетического класса Δk; $\tilde{m}_p(\Delta h, \Delta k)$ – оценка математического ожидания вероятности попадания сейсмических событий в заданные интервалы Δh и Δk; n – число рассматриваемых сейсмоактивных областей; $\tilde{D}_p(\Delta h, \Delta k)$ – оценка дисперсии вероятности попадания сейсмических событий в заданные интервалы Δh и Δk; σ_m – среднее квадратическое отклонение оценки m_p .

Для математического ожидания вероятности попадания сейсмических событий в некоторый интервал глубины Δh и энергетического класса Δk можно с некоторой вероятностью β определить интервал I_β, который накроет эту случайную величину:

$$P(\tilde{m} - m < \varepsilon_\beta) = \beta, \quad P(|\tilde{m} - m| < \varepsilon_\beta) = 2\Phi^*\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\tilde{m}}}\right) - 1 = \beta, \quad \varepsilon_\beta = \sigma_{\tilde{m}} \cdot \arg \Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right)$$

$$I_\beta = (\tilde{m} - \varepsilon_\beta; \tilde{m} + \varepsilon_\beta).$$

На рисунках 1–6 представлены графики математических ожиданий вероятностей, вычисленные для четырех интервалов энергетического класса за шесть временных периодов, и их доверительные интервалы, вычисленные для доверительной вероятности β=0.95.

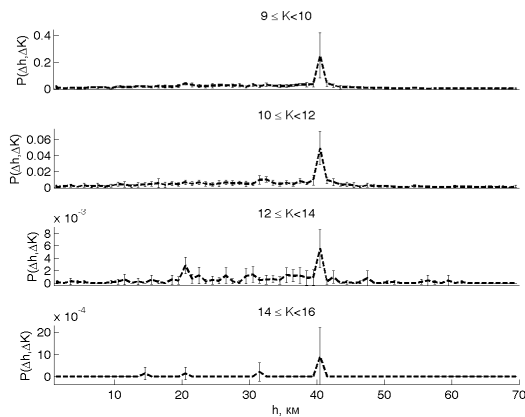


Рис. 1. Доверительные интервалы, вычисленные для распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам глубины и энергетического класса за период 01.01.1978 – 31.12.1994.

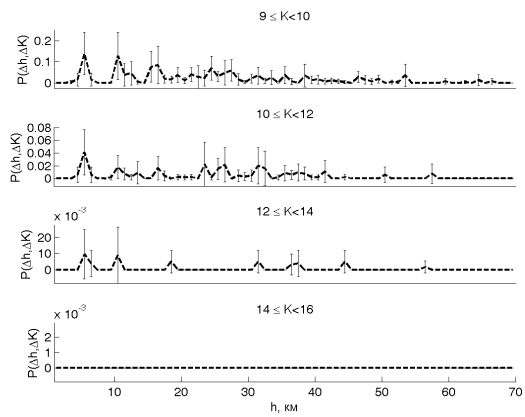


Рис. 2. Доверительные интервалы, вычисленные для распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам глубины и энергетического класса за 1995 год.

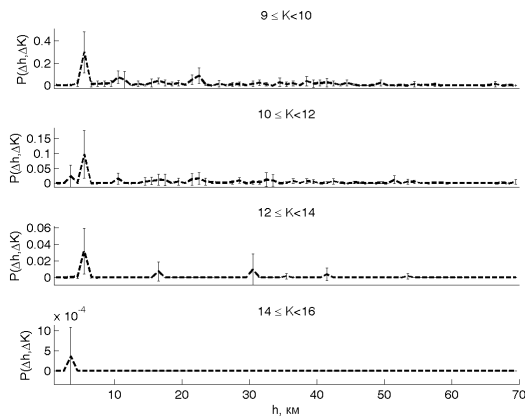


Рис. 3. Доверительные интервалы, вычисленные для распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам глубины и энергетического класса за 1996 год.

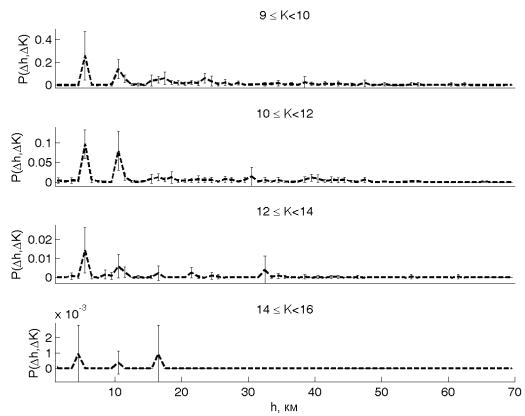


Рис. 4. Доверительные интервалы, вычисленные для распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам глубины и энергетического класса за 1997 год.

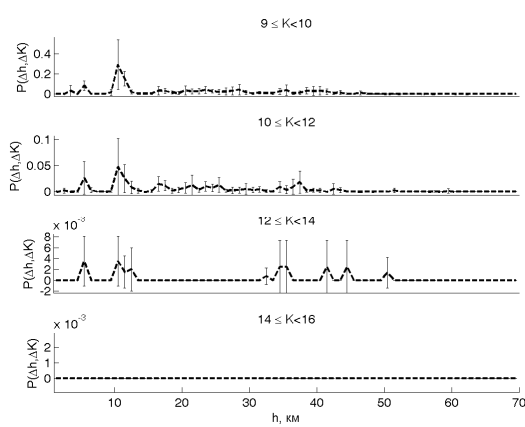


Рис. 5. Доверительные интервалы, вычисленные для распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам глубины и энергетического класса за 1998 год.

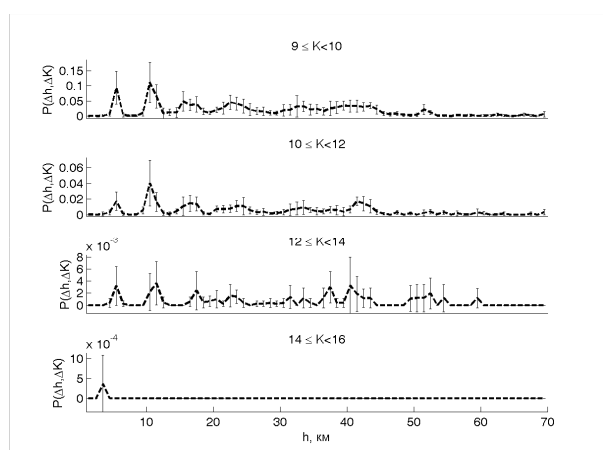


Рис. 6. Доверительные интервалы, вычисленные для распределений вероятностей сейсмических событий по интервалам глубины и энергетического класса за период 01.01.1999 – 31.12.2008.

Выводы

Для периода 1978 – 1994 гг. наблюдаются максимумы вероятности и её доверительного интервала на глубине 40 км (рис.1). Начиная с 1995 года происходит смещение максимумов этих величин на малые глубины, что ярко выражено для периода 1996 – 1997 гг. на глубинах 5 – 10 км для всех рассматриваемых интервалов энергетического класса (рис.2–4). В 05.12.1997 г. в этом интервале глубин произошло Кроноцкое землетрясение. В 1998 году в связи с афтершоковой активностью характер распределения сейсмических событий в интервале энергетического класса $9 \leq K < 14$ сохраняется, а для $K \geq 14$ сейсмические события отсутствуют (рис.5). В период 1999 – 2008 гг. вероятности сейсмических событий уменьшились и распределились по глубинам достаточно равномерно, за исключением интервала энергетического класса $K \geq 14$.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974. 120 с.
2. Богданов В.В. Вероятностная интерпретация закона повторяемости землетрясений на примере Камчатского региона // Докл. АН. 2006. Т. 408. № 3. С.393-397.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятности. М.: ГИФМЛ, 1962. 564 с.