

АНАЛИЗ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПАРАМЕТРОВ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА

Богданов В.В., Павлов А.В.

*Институт космических явлений и распространения радиоволн ДВО РАН,
с. Паратунка, Камчатский край
e-mail: pavlov@ikir.ru*

Введение

В работах [1, 2, 3] был применён вероятностный подход к каталогу Камчатских землетрясений. Данный подход позволяет, рассматривая каждое землетрясение как элементарное событие, а весь каталог или его часть как пространство элементарных событий, задать множество подмножеств случайных событий. Путём статистической обработки каталога землетрясений можно определить распределения вероятностей для заданных случайных событий. Вариации в распределениях вероятностей случайных событий за разные временные периоды позволяют отслеживать изменения в сейсмическом режиме региона и, следовательно, дают возможность определять области и периоды повышенной сейсмической активности.

В данной работе для двенадцати сейсмоактивных областей Камчатского региона были вычислены вероятности P заданных случайных событий, определённых на основе каталога землетрясений Камчатки. Рассматривая аномальные значения вероятностей P в периоды сейсмической активизации и сейсмического затишья как прогностические признаки, предшествующие сильным землетрясениям с энергетическим классом $K_S \geq 14.0$, произведена оценка их эффективности V , надёжности R , а также эффективности прогноза J по методикам А.А. Гусева и Г.М. Молчана.

Вероятностная модель сейсмического режима

При теоретико-вероятностном подходе каталог землетрясений можно представить в виде вероятностного пространства трех математических объектов, а именно: Ω – пространство элементарных событий, $\tilde{F}$ – множество подмножеств случайных событий, P – вероятности этих событий [1, 2]. При этом каждое землетрясение рассматривается как единичный исход ω_i в пространстве Ω , мощность которого за рассматриваемый период задается числом событий каталога. В свою очередь, каждый исход ω_i определяется системой случайных непрерывных величин: широтой φ_i , долготой λ_i , глубиной h_i , энергетическим классом $K_i = \lg E$ и временем t_i . Время единичного события как случайная величина из дальнейшего анализа в предлагаемой модели будет исключено. Так как случайные величины φ_i , λ_i , h_i и K_i заключены в соответствующие интервалы между минимальными и максимальными значениями, то для пространства элементарных событий справедливо

$$\Omega = \{\omega: \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}; \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}; h_{\min} \leq h \leq h_{\max}; K_{\min} \leq K \leq K_{\max}\}.$$

Максимальные и минимальные значения случайных величин задаются геометрией реального сейсмического региона, а также его внутренними свойствами, определяющими энергетику события. Чтобы перейти от идеализированного вероятностного пространства к реальному эксперименту, необходимо границы пространства элементарных событий Ω и сами вероятности P определять из каталога землетрясений на основе его статистической обработки.

Для непрерывных величин, определяющих сейсмическое событие, плотность распределения можно представить и как многомерную производную от $F(\varphi, \lambda, h, k)$, и как произведение условных и безусловных функций f следующим соотношением:

$$f(\varphi, \lambda, h, K) = f(\varphi) \cdot f(\lambda|\varphi) \cdot f(h|\varphi, \lambda) \cdot f(K|\varphi, \lambda, h),$$

где $f(\varphi)$ – безусловная плотность распределения сейсмических событий в зависимости от широты φ ; $f(\lambda|\varphi)$ – плотность распределения сейсмических событий по λ при условии, что их широта равна φ ; $f(h|\varphi, \lambda)$ – плотность распределения сейсмических событий по h при условии, что их широта и долгота соответственно равны φ и λ ; $f(K|\varphi, \lambda, h)$ – плотность распределения сейсмических событий по K при условии, что их долгота, широта и глубина соответственно равны λ , φ и h . Зная аналитический вид плотности распределения, можно вычислить вероятность того, что сейсмическое событие попадет в

заданные интервалы: по широте $\Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_{i-1}$, долготе $\Delta\lambda_j = \lambda_j - \lambda_{j-1}$, глубине $\Delta h_m = h_m - h_{m-1}$ и по энергетическому классу $\Delta K = K_n - K_{n-1}$:

$$P(\Delta\varphi_i, \Delta\lambda_j, \Delta h_m, \Delta K_n) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \int_{h_1}^{h_2} dh \int_{k_1}^{k_2} f(k, \varphi, \lambda, h) dK = F(\varphi_i, \lambda_j, h_m, K_n) - F(\varphi_{i-1}, \lambda_{j-1}, h_{m-1}, K_{n-1}) =$$

$$P(\Delta\varphi_i) \times P(\Delta\lambda_j | \Delta\varphi_i) \times P(\Delta h_m | \Delta\lambda_j, \Delta\varphi_i) \times P(\Delta K_n | \Delta h_m, \Delta\lambda_j, \Delta\varphi_i),$$

где i, j, m и n – индексы, соответствующих интервалов случайных величин. Статистическая обработка каталога по данной формуле дает возможность не только вычислить вероятности возникновения сейсмического события в том или ином заданном интервале географических координат, глубины и энергетического класса, но и получить численные значения ступенчатой функции распределения $F(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h, \Delta K)$. Экспериментально установлено, что с ростом числа событий n и уменьшением интервала относительная частота стремится к своему математическому аналогу P , а $F(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h, \Delta K)$ – к устойчивому непрерывному распределению $F(\varphi, \lambda, h, K)$. Таким образом, функция F определяет потенциальные возможности сейсмического режима произвольной области в терминах вероятности. При таком подходе каталог землетрясений, представленный в виде математического объекта трех элементов, является опорной моделью, на фоне которой можно отслеживать изменения в сейсмической активности, т.е. регистрировать вариации в распределении вероятностей в локальных областях сейсмического региона за различные интервалы времени.

На основе каталога землетрясений Камчатского региона, составленного КФ ФИЦ ЕГС РАН [6], были определены следующие случайные события:

Событие А: Какова вероятность попадания сейсмических событий, произошедших в некотором сейсмоактивном объёме V , в заданные области S_i ;

Событие В: Какова вероятность попадания сейсмических событий, произошедших в некотором сейсмоактивном объёме V , в интервалы энергетического класса ΔK_j .

В данной работе вероятности случайных событий **А** и **В** вычислялись для каждой из двенадцати областей S_i с размерами 150×150 км, расположенных вдоль восточного побережья Камчатки (рис.1). Исследуемые области находятся в Южном и Северном сегменте Камчатской сейсмофокальной зоны, а также частично в Командорском сегменте Алеутской дуги и зоне Тихого океана. В рассматриваемых областях за период 1962–2016 гг. на глубинах до 100 км произошло 33 сейсмических события с энергетическим классом $K_S \geq 14.0$.

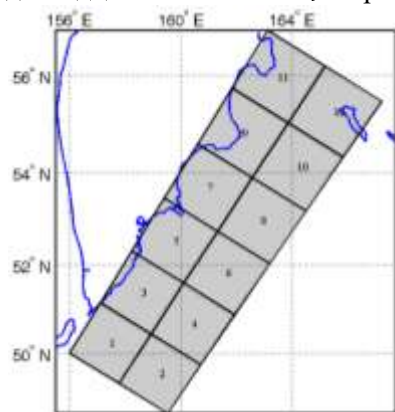


Рис. 1. Исследуемые области S_i

Вычисления вероятностей $P(A)$ и $P(B)$ проводились для землетрясений с энергетическим классом $9.0 \leq K_S < 14.0$ и глубиной гипоцентров $h \leq 100$ км. При вычислении вероятностей случайного события **В** рассматривались интервалы энергетического класса $9 \leq \Delta K_1 < 10$, $10 \leq \Delta K_2 < 11$, и $12 \leq \Delta K_3 < 14$. Временное окно, в котором вычислялись вероятности $P(A)$ и $P(B)$, было выбрано равным соответственно $\Delta T_1 = 3$ года и $\Delta T_2 = 5$ лет. Шаг, с которым смещалось временное окно вдоль исследуемого интервала

$T_{\text{инст}} = 1962\text{--}2016$ гг., был выбран равным $\Delta t = 1$ месяц. В качестве примера на рис.2 и рис.3 представлены соответственно временные ряды значений вероятности $P(A)$ и $P(B)$ при $10 \leq \Delta K_2 < 11$, вычисленные для области S_1 .

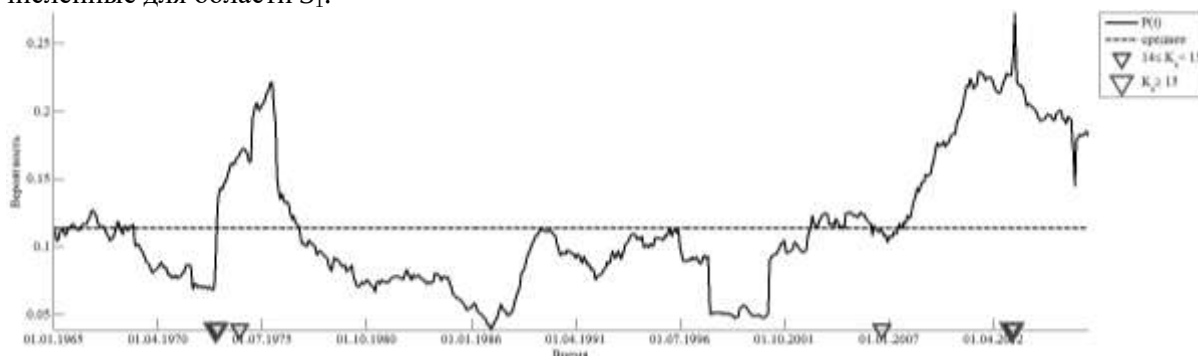


Рис. 2. Временной ряд значений вероятности $P(A)$ для области S_1 . Сейсмические события с энергетическим классом $K_S \geq 14.0$, произошедшие в данной области, отмечены треугольниками.

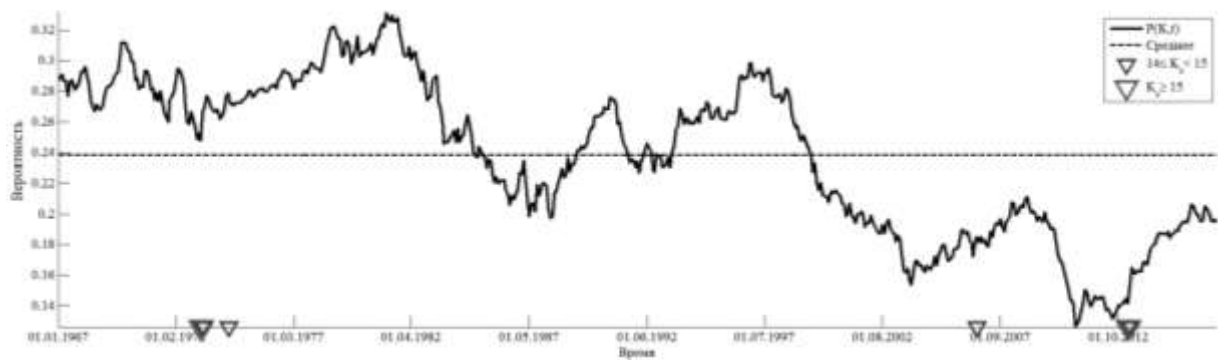


Рис. 3. Временной ряд значений вероятности $P(B)$ при $10 \leq \Delta K_2 < 11$ для области S_1 .

Оценка эффективности прогностических признаков

В данной работе эффективность прогностических признаков $P(A)$ и $P(B)$ вычислялась как для периодов сейсмической активизации, так и для периодов сейсмического затишья, которые могли бы предшествовать сильным землетрясениям с энергетическим классом $K_S \geq 14.0$. Периодами сейсмической активизации, при анализе значений временных рядов вероятностей P , считались интервалы времени, в течение которых значения вероятностей превышали уровень тревоги $P_{тр.1} = M(P) + \sigma(P)$. Периодами сейсмического затишья считались интервалы времени, в которых значения временных рядов вероятностей были ниже уровня тревоги $P_{тр.2} = M(P) - \sigma(P)$. При этом величины $M(P)$ и $\sigma(P)$ являются математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением вероятностей рассматриваемых случайных событий. Периоды ожидания $T_{ож}$ сильного землетрясения с $K_S \geq 14.0$ для параметров $P(A)$ и $P(B)$ были приняты равными соответственно 4 года и 5 лет. Начало периода тревоги выбиралось таким образом, чтобы оно совпадало с моментом превышения исследуемым прогностическим признаком уровня тревог $P_{тр.1}$ в случае сейсмической активизации, или в случае сейсмического затишья совпадало с моментом, когда значения прогностического признака становились ниже уровня тревоги $P_{тр.2}$.

Для оценки эффективности рассматриваемых предвестников были использованы для подхода А.А. Гусева [4] и Г.М. Молчана [5].

Эффективность прогноза по методике А.А.Гусева вычисляется для конкретной пространственной области и определённого энергетического диапазона землетрясений по формуле:

$$J_G = \frac{N_+/T_{тревоги}}{N/T}$$

где T – общее время мониторинга сейсмической обстановки; N_+ – количество землетрясений, соответствующих успешному прогнозу за время T ; N – общее количество произошедших землетрясений (имеющих пространственно-временные характеристики, аналогичные прогнозируемым), произошедших за время T ; $T_{тревоги}$ – общее время тревоги (суммарная длительность всех промежутков времени, в которых действовал прогноз по оцениваемому методу в течение общего времени мониторинга). Статистическая значимость α определяется вероятностью получения значений эффективности J_G в отсутствие связи "землетрясений-предвестник". В отсутствие такой связи, т.е. при случайном угадывании, эффективность J_G равна 1.

Эффективность предвестника J_M по методике Г.М. Молчана определяется как $J_M = 1 - \nu - \tau$,

где $\tau = \frac{T_{тревоги}}{T}$ – мера тревоги; $\nu = 1 - \frac{N_+}{N}$ – доля пропусков цели. Для случайного прогноза $J_M = 0$, а для идеального (без пропуска цели и с нулевым временем тревоги) – $J_M = 1$.

Надежность предвестника R определялась как отношения количества землетрясений $n(E_A)$, для которых был выделен предвестник, к числу всех землетрясений $n(E)$:

$$R = n(E_A)/n(E).$$

Достоверность предвестника определялась как отношение числа предвестниковых аномалий $n(A_E)$ к общему числу выделенных аномалий $n(A)$:

$$V = n(A_E)/n(A).$$

В таблице 1 представлены результаты оценки прогностической эффективности параметра $P(A)$ как для периодов сейсмической активизации, так и для периодов сейсмического затишья.

Таблица 1. Оценка прогностической эффективности параметра $P(A)$ при аномалиях сейсмической активизации и сейсмического затишья.

$P(A)$	Активизация	Затишье
N_+	12	7
N	33	33
V	0.29	0.14
R	0.36	0.21
J_G	2	0.98
α	0.01	0.99
ν	0.64	0.79
τ	0.18	0.21
J_M	0.18	0

Как видно из таблицы 1, в периоды сейсмической активизации с помощью параметра $P(A)$ было спрогнозировано $N_+ = 12$ сейсмических событий с $K_S \geq 14.0$, а его надёжность R и достоверность V составили соответственно 0.36 и 0.29. Эффективность прогноза составила $J_G = 2$, при этом статистическая значимость α , показывающая вероятность случайного получения таких значений в отсутствие связи землетрясений с рассматриваемым предвестником, равна 0.01. В периоды сейсмического затишья с помощью параметра $P(A)$ было спрогнозировано $N_+ = 7$ землетрясений с $K_S \geq 14.0$, а его надёжность R и достоверность V составили соответственно 0.21 и 0.14. Эффективность J_G составила 0.98 при $\alpha = 0.99$, а эффективность J_M равна 0, что говорит об отсутствии связи "землетрясение-предвестник".

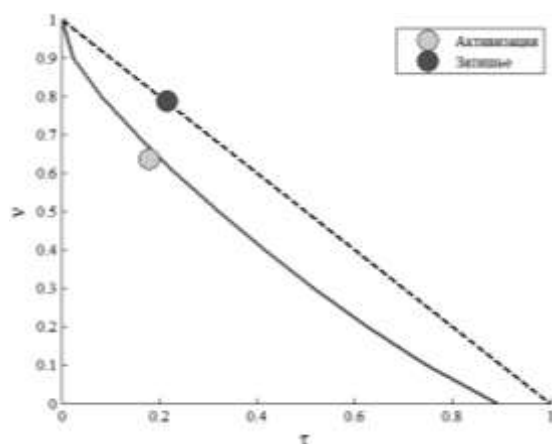


Рис.4. Диаграмма Молчана для прогностического параметра $P(A)$. Прерывистая линия соответствует случайному прогнозу. Сплошная линия – нижняя граница доверительного интервала случайного прогноза с уровнем значимости $\alpha = 0.05$.

На рис.4 представлена диаграмма Молчана для прогностического параметра $P(A)$. На данной диаграмме абсцисса точки определяется как мера тревоги τ , а ордината – как доля пропусков цели ν . Диагональ диаграммы Молчана $\tau + \nu = 1$, соединяющая точки (0;1) (точка "оптимиста") и (1;0) (точка "пессимиста") соответствует случайному прогнозу. Для этой диагонали можно построить доверительный интервал с заданной значимостью α . В данном случае представляет интерес только нижняя ветвь этого доверительного интервала. Как следует из рис.4, значения (τ, ν) , полученные для параметра $P(A)$ при аномалиях сейсмического затишья, лежат выше нижней границы 95% доверительного интервала, что говорит об отсутствии связи между рассматриваемым предвестником и землетрясениями с энергетическим классом $K_S \geq 14.0$. Значения (τ, ν) , полученные для параметра $P(A)$ в периоды сейсмической активизации, лежат ниже полученной границы доверительного

интервала, что можно интерпретировать как высокую степень надёжности выявленной связи рассматриваемого предвестника с землетрясениями с энергетическим классом $K_S \geq 14.0$.

В таблице 2 представлены результаты оценки прогностической эффективности параметра $P(B)$ как для периодов сейсмической активизации, так и для периодов сейсмического затишья.

Таблица 2. Оценка прогностической эффективности параметра $P(B)$ при аномалиях сейсмической активизации и сейсмического затишья.

$P(B)$	Активизация			Затишье		
	$9 \leq \Delta K_1 < 10$	$10 \leq \Delta K_2 < 11$	$12 \leq \Delta K_3 < 14$	$9 \leq \Delta K_1 < 10$	$10 \leq \Delta K_2 < 11$	$12 \leq \Delta K_3 < 14$
N_+	15	10	8	9	16	13
V	0.24	0.15	0.12	0.16	0.24	0.22
R	0.15	0.3	0.24	0.27	0.48	0.39
J_G	1.46	0.9	1.45	0.8	1.85	1.88
α	0.09	0.85	0.24	0.47	0.008	0.016
ν	0.55	0.7	0.76	0.73	0.52	0.6
τ	0.31	0.33	0.17	0.34	0.26	0.21
J_M	0.14	-0.03	0.07	-0.07	0.22	0.19

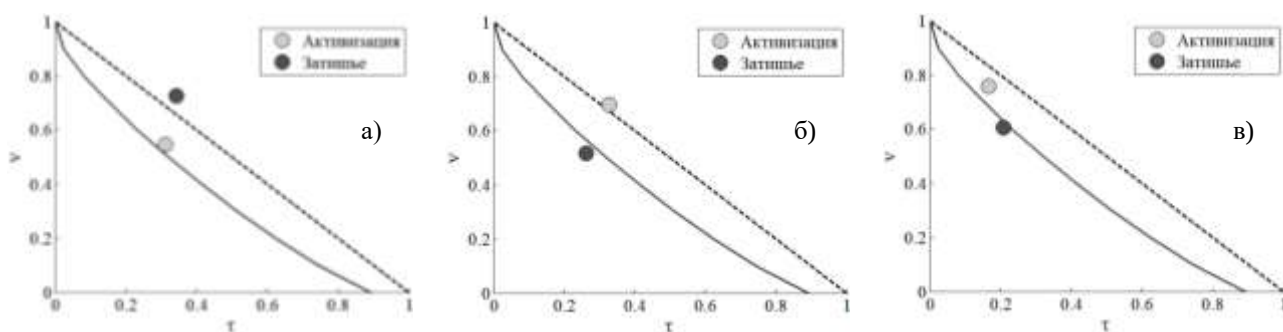


Рис. 5. Диаграмма Молчана для прогностического параметра $P(B)$ при $9 \leq \Delta K_1 < 10$ (а), $10 \leq \Delta K_2 < 11$ (б), и $12 \leq \Delta K_3 < 14$ (в).

Как видно из таблицы 2, при аномалиях сейсмической активизации наибольшую эффективность J_G , которая составляет 1.46 при уровне значимости $\alpha=0.09$, параметр $P(B)$ имеет для $9 \leq \Delta K_1 < 10$. Эффективность J_M в этом случае равна 0.14, что также является наибольшим значением для всех рассматриваемых интервалов ΔK . На диаграмме Молчана (рис.5а) экспериментальная точка (τ, v) для $P(B)$ при $9 \leq \Delta K_1 < 10$ находится выше нижней границы 95% доверительного интервала, что говорит о низкой связи рассматриваемого предвестника с землетрясениями с $K_S \geq 14.0$.

При аномалиях сейсмического затишья наилучшую эффективность J_G , которая составляет 1.85 при $\alpha=0.008$ и 1.88 при $\alpha=0.016$, параметр $P(B)$ имеет соответственно для $10 \leq \Delta K_2 < 11$ и $12 \leq \Delta K_3 < 14$. Эффективность J_M для этих интервалов ΔK равна соответственно 0.22 и 0.19. На диаграммах Молчана (рис.5б,в) экспериментальная точка (τ, v) в обоих случаях лежит ниже границы 95% доверительного интервала, что можно интерпретировать как достаточно высокую степень достоверности выявленной связи аномалий с происходящими землетрясениями с $K_S \geq 14.0$.

Заключение

Применение вероятностных методов к каталогу Камчатских землетрясений позволило задать подмножество случайных событий **A** и **B**. В ходе статистической обработки каталога, для двенадцати сейсмоактивных областей Камчатского региона, во временном окне $\Delta T_1=3$ года и $\Delta T_2=5$ лет с шагом $\Delta t=1$ месяц на интервале 1962 – 2016 гг. были вычислены распределения вероятностей P этих случайных событий. Рассматривая параметры $P(A)$ и $P(B)$ как прогностические признаки, была произведена оценка их эффективности по методикам А.А. Гусева и Г.М. Молчана как для аномалий сейсмической активизации, так и для аномалий сейсмического затишья. Согласно полученным результатам, наилучшую эффективность, которая составляет $J_G=2$ и $J_M=0.18$, прогностический признак $P(A)$ имеет при аномалиях сейсмической активизации. Параметр $P(B)$ показал наилучшую прогностическую эффективность при аномалиях сейсмического затишья. В этом случае эффективности J_G и J_M для интервала энергетического класса $10 \leq \Delta K_2 < 11$ составили соответственно 1.85 и 0.22, а для интервала $12 \leq \Delta K_3 < 14$ приняли значения соответственно 1.88 и 0.19.

Список литературы

1. Богданов В.В. Вероятностная интерпретация закона повторяемости землетрясений на примере Камчатского региона // ДАН, 2006, том 3, с.393–397.
2. Богданов В.В., Павлов А.В., Полюхова А.Л. Вероятностная модель сейсмичности на примере каталога Камчатских землетрясений // Вулканология и сейсмология, 2010, № 6, с.52–64.
3. Богданов В.В., Павлов А.В., Полюхова А.Л. Рекуррентные соотношения расчёта параметров сейсмического режима на основе вероятностной интерпретации закона повторяемости // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2012. № 1. С. 44–48.
4. Гусев А.А. Прогноз землетрясений по статистике сейсмичности. // Сейсмичность и сейсмические прогнозы, свойства верхней мантии и их связь с вулканизмом Камчатки. Новосибирск: Наука, 1974. С. 109–119.
5. Molchan G.M. Strategies in strong earthquake prediction // Phys. Earth and Planet. Inter. 1990. V. 61. P. 84–98.
6. <http://www.emsd.ru/sdis/earthquake/catalogue/catalogue.php>