

О СВЯЗИ ИНТЕНСИВНОСТИ, МАГНИТУДЫ И ГЛУБИНЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Быцань Е.Н.

Институт геофизики им С.И. Субботина НАН Украины, Украина, Киев, byzan@ukr.net

В 1955 Н.В. Шебалин [1] получил такую связь между показателем энергии $\mathcal{E} = \lg E$, силой сотрясения (балльности) в эпицентре и глубиной источника землетрясения

$$0,9\mathcal{E} - N = 3,8 \lg h - 3,3 \quad (1)$$

для глубин землетрясения до 70 километров.

На глубине 80 км обнаружено зону пониженных скоростей, так что кривая зависимости показателя энергии и интенсивности (балльности) от глубины землетрясения на этой глубине имеет разрыв и запишется следующим образом:

$$0,9\mathcal{E} - N = 3,1 \lg h - 4,4. \quad (1a)$$

Ч. Рихтер [2] эти формулы записал в таком виде:

$$0,9 \lg E - I = 3,8 \lg h - 3,3 \quad (h < 70 \text{ км}) \quad (2a)$$

$$0,9 \lg E - I = 3,1 \lg h - 4,4 \quad (h > 80 \text{ км}) \quad (2b)$$

где I - интенсивность землетрясения в эпицентре.

Эти формулы перепишем следующим образом:

$$I = 0,9 \lg E - 3,8 \lg h + 3,3 \quad (h < 70 \text{ км}) \quad (3a)$$

$$I = 0,9 \lg E - 3,1 \lg h + 4,4. \quad (h > 80 \text{ км}) \quad (3b)$$

Следующим шагом выразим интенсивность через магнитуду, выражая энергию землетрясения через магнитуду. Между энергией (точнее ее логарифмом) и магнитудой землетрясения существует линейная зависимость, которая записывается таким образом [2]:

$$\lg E = a + bM, \quad (4)$$

где E - энергия землетрясения, M - его магнитуда, a и b - константы, полученные на основании сейсмических данных. Имеется довольно много вариантов для них. Самый полный перечень их можно найти в работах [2] и [3].

Получим теперь связь между интенсивностью землетрясения в эпицентре и его магнитудой. Подставляем выражение для логарифма энергии землетрясения (4) в формулы (3a, 3b) и получим

$$I = 0,9(a + bM) - 3,8 \lg h + 3,3 = c_1 + dM, \quad (h < 70 \text{ км}) \quad (5a)$$

$$I = 0,9(a + bM) - 3,1 \lg h + 4,4 = c_2 + dM, \quad (h > 80 \text{ км}) \quad (5b)$$

где

$$c_1 = 0,9a + 3,3 - 3,8 \lg h, \quad c_2 = 0,9a + 4,4 - 3,1 \lg h, \quad d = 0,9b. \quad (5c)$$

Из формул (5a – 5c) следует, что постоянные в них выражаются через интенсивность и магнитуду землетрясения следующим образом

$$c_i = I(M = 0) = I_0, \quad d = 0,9b = I(M = k + 1) - I(M = k). \quad (5d)$$

Отсюда можно сделать вывод, полагая $M = 0$, что свободные члены в выражениях для интенсивности (их можно назвать интенсивностью стандартного землетрясения I_0) должны быть невелики – меньше единицы. И еще заметим, что при увеличении магнитуды на единицу интенсивность увеличивается на $0,9b$, откуда можно получить оценки для оценок параметра b или d . Из выражений (5a, 5b) следует

$$b = (I_{\max} - c_i) / (0,9M_{\max}) \approx 1,5 - c_i / 8 \approx 1,5, \quad d = 0,9b = 1,35. \quad (5e)$$

Ч.Ф. Рихтер приводит несколько вариантов для формулы (4), которые достаточно близки между собой. Первой приведем следующую формулу

$$\lg E = \lg E_0 + 2M, \quad (6)$$

где $E_0 = E(M = 0) = 10^8$ эрг – энергия стандартного землетрясения [3, 4].

Затем были предложены такие выражения:

$$\lg E = \lg E_0 + 2M = 8 + 2M, \quad (7)$$

Близкую к ним формулу получил К. Касахара [4]

$$\lg E = 11,8 + 1,5M. \quad (8)$$

Несколько отличаются от них выражения, которые получили Филиппо и Маргели [2]

$$\lg E = 9,15 + 2,15M. \quad (9)$$

и Бат [3]

$$\lg E = 7,2 + 2M. \quad (10)$$

Еще одна формула Бата приводится в [4]

$$\lg E = 5,24 + 1,44M. \quad (11)$$

Н.В. Шебалин [4, 5] считал, что сейсмическая энергия для слабых землетрясений определяется по формуле

$$\lg E = 4 + 1,8M, \quad (12)$$

а для сильных - по следующей:

$$\lg E = 5 + 1,5M. \quad (13)$$

Все эти формулы для энергии землетрясения отличаются значениям коэффициентов a и b в формуле (4). Выясним физический смысл этих констант.

Пропотенцируем уравнения (4)

$$E = 10^a 10^{bM}. \quad (14)$$

Положим в (14) $M = 0$ и получим

$$E(M = 0) = 10^a = E_0, \quad a = \lg E_0, \quad E_k = E(M = k) = E_0 10^{bk}, \quad (15)$$

$$E_{k+1} / E_k = 10^b, \quad b = \lg(E_{k+1} / E_k).$$

Таким образом из формул (5d) и (15) можно получить физическую трактовку всех постоянных, с помощью которых определяются значения энергии и интенсивности землетрясения. Приведенные выше выражения для коэффициентов a и b в формуле (4) достаточно сильно отличаются между собой. Это можно объяснить индивидуальностью землетрясений.

Вернемся к формулам (5а, 5в) и проанализируем зависимость интенсивности землетрясения в эпицентре от его магнитуды и глубины для различных вариантов выражений для сейсмической энергии (6-13). Сначала проанализируем использование формулы Ч.Ф. Рихтера (6). Подставим ее в уравнение (5а) и (5в) и получим

$$I = 10,5 - 3,8 \lg h + 1,8M, \quad (h < 70 \text{ km}) \quad (16a)$$

$$I = 11,6 - 3,1 \lg h + 1,8M. \quad (h > 70 \text{ km}) \quad (16b)$$

Запишем формулу (16а) для $h = 10$ км и $h = 60$ км. В итоге получим

$$I = 6,7 + 1,8M, \quad (h = 10). \quad (16c)$$

$$I = 3,75 + 1,8M. \quad (h = 60)$$

Подставим в формулу (16в) крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ и получим

$$I_{10}(3) = 12,1, \quad I_{10}(6) = 17,5, \quad I_{60}(3) = 9,15, \quad I_{60}(6) = 14,55. \quad (17)$$

А теперь применим формулу (16в) для глубокофокусных землетрясений с глубинами 100 и 600 километров. Результат запишется следующим образом:

$$I = 5,4 + 1,8M, \quad (h = 100). \quad (16d)$$

$$I = 3 + 1,8M. \quad (h = 600)$$

Подставляем сюда крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ получим

$$I_{100}(3) = 10,8, \quad I_{100}(6) = 16,2, \quad I_{600}(3) = 8,4, \quad I_{600}(6) = 13,8. \quad (18)$$

Далее проанализируем применение формулы (7а) для получения связи между интенсивностью и магнитудой. Подставляя формулу (7а) в уравнения (5а, 5в), придем к таким соотношениям

$$I = 13,5 - 3,8 \lg h + 1,62M, \quad (h < 70 \text{ km}) \quad (19a)$$

$$I = 14,6 - 3,1 \lg h + 1,62M. \quad (h > 70 \text{ km}) \quad (19b)$$

Запишем формулу (19а) для $h = 10$ км и $h = 60$ км. В итоге получим

$$I = 9,7 + 1,62M, \quad (h = 10). \quad (19c)$$

$$I = 6,75 + 1,62M. \quad (h = 60)$$

Подставим в формулу (19с) крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ и получим

$$I_{10}(3) = 14,56, \quad I_{10}(6) = 16,47, \quad I_{60}(3) = 13,06, \quad I_{60}(6) = 15,32. \quad (20)$$

А теперь применим формулу (16в) для глубокофокусных землетрясений с глубинами 100 и 600 километров. Результат запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= 8,4 + 1,62M, & (h = 100). \\ I &= 6 + 1,62M. & (h = 600) \end{aligned} \quad (21)$$

Подставляем сюда крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ получим

$$I_{100}(3) = 13,6, \quad I_{100}(6) = 18,12, \quad I_{600}(3) = 10,86, \quad I_{600}(6) = 15,32. \quad (22)$$

Отсюда следует, что интенсивность землетрясения в эпицентре, подсчитанная по формулам (3а, 3в) с использованием формулы (7) для сейсмической энергии, завышена. И это можно объяснить завышенными значениями постоянных a и b в формуле (6). Причина этого заключается в больших значениях свободных коэффициентов в уравнениях для интенсивности землетрясения в эпицентре, которые нужно подкорректировать, изменив формулы для свободных коэффициентов в уравнениях (5с).

Следующие три формулы для энергии землетрясения близки до рассмотренных и тоже дают повышенные значения для интенсивности землетрясения в эпицентре.

Далее воспользуемся формулой Филиппо и Маргели (9). Подставим ее в уравнения (5а) и (5в) и получим

$$I = 11,5 - 3,8 \lg h + 1,93M, \quad (h < 70 \text{ km}) \quad (23a)$$

$$I = 12,6 - 3,1 \lg h + 1,93M. \quad (h > 70 \text{ km}) \quad (23b)$$

Запишем теперь формулу (23а) для $h = 10$ км и $h = 60$ км. В итоге получим

$$\begin{aligned} I &= 7,5 + 1,93M, & (h = 10). \\ I &= 4,75 + 1,93M. & (h = 60) \end{aligned} \quad (23c)$$

Подставим в формулу (23с) крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ получим

$$I_{10}(3) = 13,3, \quad I_{10}(6) = 19,1, \quad I_{60}(3) = 10,5, \quad I_{60}(6) = 16,3. \quad (24)$$

А теперь применим формулу (23в) для глубокофокусных землетрясений с глубинами 100 и 600 километров. Результат запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= 6,4 + 1,93M, & (h = 100). \\ I &= 4 + 1,93M. & (h = 600) \end{aligned} \quad (23d)$$

Подставляем сюда крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ получим

$$I_{100}(3) = 12,2, \quad I_{100}(6) = 15,6, \quad I_{600}(3) = 6,8, \quad I_{600}(6) = 9,6. \quad (25)$$

Из этих формул следует, что интенсивность землетрясения в эпицентре, подсчитанная по выражениям (3а, 3б) с использованием формулы (9) для сейсмической энергии довольно завышена.

Далее воспользуемся формулами Бата (10, 11), которые приводятся в [3, 4]. Первая из них очень близка к формуле (6) Ч.Ф. Рихтера, которую проанализировали выше, а второй воспользуемся для установления связи между интенсивностью землетрясения в эпицентре от его магнитуды и глубины.

Подставим формулу (11) в уравнение (5а) и (5в) и получим

$$I = 8 - 3,8 \lg h + 1,3M, \quad (h < 70 \text{ km}) \quad (26a)$$

$$I = 9,1 - 3,1 \lg h + 1,3M. \quad (h > 70 \text{ km}) \quad (26b)$$

Запишем формулу (23а) для $h = 10$ км и $h = 60$ км. В итоге получим

$$\begin{aligned} I &= 4,2 + 1,3M, & (h = 10). \\ I &= 1,25 + 1,3M. & (h = 60) \end{aligned} \quad (26c)$$

Подставим в формулу (26с) крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ получим

$$I_{10}(3) = 8,1, \quad I_{10}(6) = 12, \quad I_{60}(3) = 5,15, \quad I_{60}(6) = 9,05. \quad (27a)$$

А теперь применим формулу (23в) для глубокофокусных землетрясений с глубинами 100 и 600 километров. Результат запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= 2,9 + 1,3M, & (h = 100). \\ I &= 0,5 + 1,3M. & (h = 600) \end{aligned} \quad (26d)$$

Подставляем сюда крайние значения для магнитуды $M = 3$ и $M = 6$ получим

$$I_{100}(3) = 6,8, \quad I_{100}(6) = 10,7, \quad I_{600}(3) = 4,4, \quad I_{600}(6) = 8,3. \quad (27в)$$

Из формулы (27а) видно, что интенсивность неглубоких землетрясений несколько завышена, а выражение (27в) дает неплохие данные для глубоких случаев, что говорит о неплохом совпадении расчетных результатов с фактическими.

Проанализируем теперь применения формул Н.В. Шабалина [4] для сейсмической энергии, который считал, что сейсмическая энергия землетрясений определяется по следующим формулам:

$$\lg E = 4 + 1,8M, \quad (M < 3) \quad (28а)$$

$$\lg E = 5 + 1,5M. \quad (M > 3) \quad (28в)$$

Сначала рассмотрим вариант слабых землетрясений. Подставим формулу (28а) в выражения (5а, 5в) и получим

$$I = 6,9 - 3,8 \lg h + 1,62M, \quad (h < 70 \text{ км}) \quad (29а)$$

$$I = 8 - 3,1 \lg h + 1,62M. \quad (h > 70 \text{ км}) \quad (29б)$$

Далее рассмотрим случай неглубоких землетрясений. Запишем формулу (29а) для $h = 10$ км и $h = 60$ км. В итоге получим

$$I = 3,1 + 1,62M, \quad (h = 10). \quad (30а)$$

$$I = 0,15 + 1,62M. \quad (h = 60)$$

Подставим в формулу (30а) крайние значения для магнитуды $M = 1$ и $M = 3$ и получим

$$I_{10}(1) = 4,72, \quad I_{10}(3) = 7,96, \quad I_{60}(1) = 1,77, \quad I_{60}(3) = 5. \quad (31а)$$

А теперь применим формулу (29в) для глубоководных землетрясений с глубинами 100 и 600 километров. Результат запишется следующим образом:

$$I = 1,8 + 1,62M, \quad (h = 100). \quad (30в)$$

$$I = -0,6 + 1,62M. \quad (h = 600)$$

Подставляем сюда крайние значения для магнитуды $M = 1$ и $M = 3$ получим

$$I_{100}(1) = 3,42, \quad I_{100}(3) = 6,66, \quad I_{600}(1) = 1,02, \quad I_{600}(3) = 4,26. \quad (31в)$$

Отсюда следует, что интенсивность землетрясения в эпицентре, подсчитанная по выражениям (3а, 3б) с использованием формулы (28) для сейсмической энергии в случае слабых землетрясений дает реальные результаты.

Далее рассмотрим вариант сильных землетрясений с использованием формулы (28в). Подставим ее в выражения (5а, 5в) и получим

$$I = 7,8 - 3,8 \lg h + 1,35M, \quad (h < 70 \text{ км}) \quad (32а)$$

$$I = 8,9 - 3,1 \lg h + 1,35M. \quad (h > 70 \text{ км}) \quad (32б)$$

Сначала проанализируем случай неглубоких землетрясений. Запишем формулу (32а) для случаев $h = 10$ км и $h = 60$ км. В итоге получим такую зависимость между интенсивностью и магнитудой, которая дает возможность сделать вывод о характере этой зависимости

$$I = 4 + 1,35M, \quad (h = 10). \quad (33а)$$

$$I = 1,05 + 1,35M. \quad (h = 60)$$

Подставим в формулу (33а) крайние значения для магнитуды $M = 4$ и $M = 8$ и получим

$$I_{10}(4) = 9,4, \quad I_{10}(8) = 14,8, \quad I_{60}(4) = 6,45, \quad I_{60}(8) = 11,85. \quad (31с)$$

А теперь применим формулу (32в) для глубоководных землетрясений с глубинами 100 и 600 километров. Результат запишется следующим образом:

$$I = 2,7 + 1,35M, \quad (h = 100). \quad (33в)$$

$$I = 0,29 + 1,35M. \quad (h = 600)$$

Подставляем сюда крайние значения для магнитуд $M = 4$, 6 и $M = 8$ и получим следующие выражения:

$$I_{100}(4) = 8,3, I_{100}(6) = 10,8, I_{100}(8) = 13,7, I_{600}(4) = 5,9, I_{600}(6) = 8,4, I_{600}(8) = 11,3. \quad (31д)$$

Из них можно сделать вывод, что интенсивность землетрясения в эпицентре, подсчитанная по выражениям (3а, 3б) с использованием формулы (28в) для сейсмической энергии в случае сильных землетрясений при $M > 3$ дает несколько повышенные значения, требующие корректировки формулы

для сейсмической энергии и установить механизм коррекции с учетом физической природы составляющих формул (4, 5, 14, 15).

Список литературы

1. *Шебалин Н.В.* О связи между энергией, балльностью и глубиной очага землетрясений // Изв. АН СССР, сер. Геофизическая. С. 377-380.
2. *Рихтер Ч.Ф.* Элементарная сейсмология. Москва: Иностранная литература, 1963. 671 с.
3. *Бат М.* Соотношение между магнитудой и энергией землетрясения. // Слабые землетрясения. Сб. перев. Под ред. Ю.В.Ризниченко. Москва: Издат. иностр. лит. 1961. 535 с.
4. *Потапов А.Д., Ревелис И.Л.* Землетрясения. Причины и последствия. Москва: Высшая школа, 2009. 246 с.
5. *Шебалин Н.В.* Сейсмология - наука о землетрясениях. Москва: Знание, 1974.
6. *Gutenberg B., Richter C. F.* Seismicity of the Earth, Princeton: Princeton University Press, 2nd. ed., 1954. 543 p.