О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К МОДЕЛИРОВАНИЮ РОТАЦИОННЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ

***Герус А. И.*[1,2]*, Викулин А. В.*[1]**

[1] Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, г. Петропавловск-Камчатский, gerus@kscnet.ru

[2] Камчатский государственный университет им. Витуса Беринга, г. Петропавловск-Камчатский

1. Моделирование движений блоковой геосреды

Ротационная модель. Для геосреды, состоящей из большого числа «элементарных», не деформируемых, объемов, на примере сейсмического процесса в пределах окраины Тихого океана построена ротационная модель [Викулин, 2011; Викулин, Иванчин, 2013]. Такой подход опирается на представления, согласно которым движение блока вращающейся геосреды механически эквивалентно движению блока (его поворачиванию на угол β) в не вращающейся (инерциальной) системе координат под действием «собственного» момента импульса. В результате поступательное движение блока вдоль поверхности вращающейся Земли, в силу закона сохранения момента импульса, создает в окружающей его земной коре напряжения с моментом силы. Движение и взаимодействие совокупностей блоков-очагов землетрясений в пределах активного пояса сопровождается образованием волн поворотных деформаций и позволяет объяснить многие закономерности геодинамического процесса, включая особенности волновых движений геосреды, ее нелинейные, реидные и «вихревые» свойства. Отметим, что понятие «блок» (или «сейсмофокальный блок») в рамках блокового ротационного подхода близко понятию «очаг землетрясения».

На основании закона сохранения момента авторами модели было предложено уравнение движения одномерной цепочки блоков, которое в результате ряда замен и преобразований было сведено к известному уравнению синус-Гордона [Викулин, 2011; Викулин, Иванчин, 2013]:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} - \frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2} = \sin\theta, \qquad (1)$$

где $\theta = \beta/2$, $\xi = k_0 z$ и $\eta = c_0 k_0 t$ – независимые координаты, z – расстояние вдоль цепочки блоков, t – время, β – функция угла поворота, c_0 – характерная скорость процесса, k_0 – волновое число. Уравнение синус-Гордона, как и некоторые другие нелинейные уравнения, допускает решения в виде солитонов – уединенных волн, сохраняющих свою структуру после столкновения с другими такими волнами, подобно частицам.

Будем искать решение уравнения (1) в виде бегущей волны ($\theta(\xi\text{-}v\eta)$). Получим:

$$\theta = 4arctg\left[\exp\left(\pm k_0\gamma\,(z - z_0 - vt)\right)\right], \qquad (2.1)$$

$$\gamma = \left(1 - v^2/c_0^2\right)^{-\frac{1}{2}}, \qquad (2.2)$$

$$c_0^2 = \frac{3\sqrt{15}}{8\pi^2}\sqrt{\frac{G}{\rho}}\,\Omega R_0, \qquad (2.3)$$

где v – скорость распространения уединенной волны деформации (поворота), Ω – угловая скорость вращения Земли, ρ, G – плотность и модуль сдвига материала блока, R_0 – размер блока, c_0 – характерная скорость. Такое решение уравнения СГ называется односолитонным. Зависимость энергии от скорости для этого решения выглядит следующим образом:

$$E = 8\gamma\,, v \le c_0 \qquad (3)$$

и графически представлена на рис. 1.

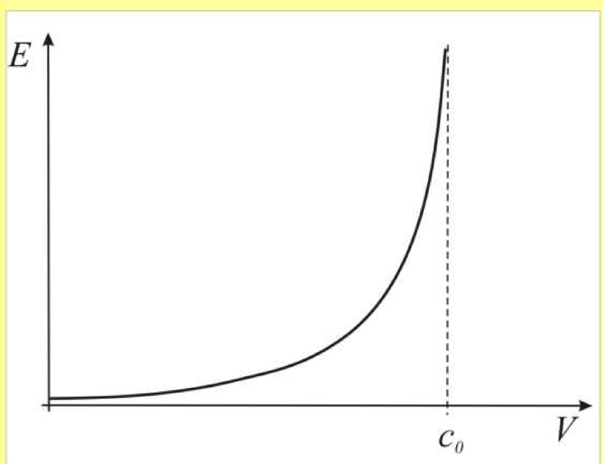

Рис. 1. Качественная зависимость энергии E от скорости v для односолитонного решения уравнения СГ.

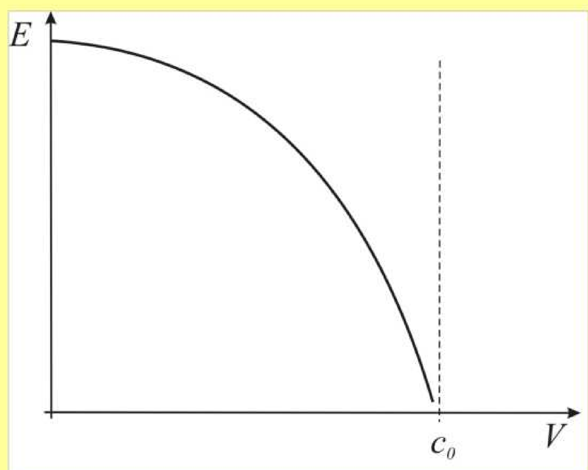

Рис. 2. Качественная зависимость $E(v)$ для решения (2) уравнения СГ в предположении $\gamma = (1\text{-}v^2/c_0^2)^{½}$.

Моделирование закономерностей миграции геодинамической активности. Обратимся теперь к результатам исследования миграции сейсмической и вулканической активности в пределах трех наиболее геодинамически активных поясов планеты (окраина Тихого океана, Альпийско-Гималайский пояс и Срединно-Атлантический хребет). В работе [Долгая, Викулин, Герус, 2015] было показано существование параметра p, «чувствительного» к геодинамическим обстановкам в регионах: значения $p_+ > 0$ характерны для областей сжатия и $p_- < 0$ – для областей растяжения. Оказалось, при суммировании значений этого параметра по разным регионам имеет место своеобразный «закон сохранения»: $\Sigma p_+ + \Sigma p_- \to 0$, что может характеризовать параметр p свойствами, близкими свойствам сохраняющейся векторной величины. В рамках ротационной блоковой модели геосреды и протекающего в ней геодинамического процесса физическим аналогом такой векторной сохраняющейся геодинамической величины р может являться момент импульса. Тогда для среды с равновеликими блоками можем предположить, что зависимость энергии от скорости для односолитонного решения (2) уравнения СГ может соответствовать изменению (миграции) геодинамической активности в пределах регионов, характеризующихся сжатием ($p > 0$). В таком случае можно предположить, что уравнение (1) может иметь и решение, соответствующее положительному показателю степени в соотношении (2.2): $\gamma = (1\text{-}v^2/c_0^2)^{½}$ и, таким образом, может описывать миграцию геодинамической активности в областях растяжения ($p < 0$). Качественно зависимость $E(v)$ в этом случае может соответствовать монотонной убывающей кривой (рис. 2).

Представляется, что в общем виде решение уравнения (1), описывающее изменение геодинамической активности в областях и сжатия ($p > 0$), и растяжения ($p < 0$), может быть записано следующим образом:

$$\theta = 4arctg\left[\exp\left(\pm k_0\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)^{-\mathrm{sgn}(p)\frac{1}{2}}(z - z_0 - vt)\right)\right], \qquad (4)$$

где p – геодинамический аналог момента импульса.

Таким образом, в рамках ротационной концепции предложена математическая модель движения одномерной цепочки блоков в виде уравнения СГ (1) и его решения (4).

2. Модифицированное уравнение синус-Гордона и численные результаты

В модели движения среды, описываемой уравнением СГ (1), блоки являются равновеликими и равномерно поворачивающимися друг относительно друга. Скорость распространения волны вдоль такой цепочки постоянна во времени. Для описания реального сейсмического процесса ротационная модель была дополнена эффектами отклонения моментов сил блоков от равновесных положений μ и трения на границах α. В результате закон движения блоков цепочки был получен в виде модифицированного уравнения СГ:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} - \frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2} = \sin\theta + \alpha\frac{\partial\theta}{\partial\eta} + \mu\delta(\xi)\sin\theta \qquad (5)$$

где $\delta(\xi)$ — Функция Дирака. Оно решалось численно методом МакЛафлина–Скотта. В работе [Викулин, 2011] показано, что модифицированное уравнение СГ в рамках ротационной модели позволяет количественно описать такие важные свойства сейсмического процесса, как его форшоковую и афтершоковую стадии и заключенную между ними «особенность» – сильнейшее землетрясение.

Анализ показал, что для большей по продолжительности части сейсмического цикла, стадии стабилизации, в течение которой взаимодействие блоков (очагов землетрясений) между собой осуществляется в основном за счет медленных движений — крипа, асимптотическое значение скорости передачи ротационных деформаций составляет:

$$c_0 \approx 1 - 10 \ \text{ см/с} \qquad (6)$$

По данным о скоростях миграции очагов тихоокеанских землетрясений с глубинами гипоцентров менее 100 км [Vikulin, Akmanova, Vikulina, Dolgaya, 2012] глобальная (вдоль окраины Тихого океана) и локальная (в очагах индивидуальных землетрясений) миграционные зависимости, предельные значения скоростей и соответствующие им наибольшие магнитуды составляют:

$$M_1 \approx 2\lg V_1,\ V_{1,max} \approx 1 - 10 \text{ см/с},\ M_{1,max} = 8.5 - 9, \qquad (7)$$

$$M_2 \approx \lg V_2,\ V_{1,max} \approx 4 - 8 \text{ км/с},\ M_{2,max} = 8.3. \qquad (8)$$

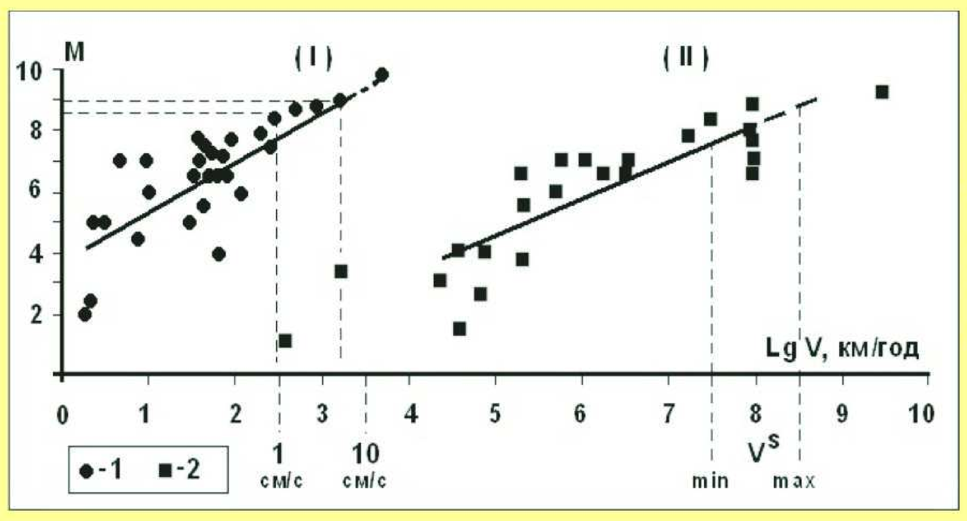

Рис. 3. Значения скоростей глобальной (1 — вдоль всей окраины) и локальной (2 — в пределах индивидуальных очагов сильных землетрясений) миграций тихоокеанских землетрясений как функции их магнитуды M: I, II — глобальная и локальная зависимости $M(LgV)$ соответственно, определенные методом средних квадратов; V_S - скорость сейсмических волн.

Моделируя движения в длинных одномерных молекулярных цепях, А.С. Давыдов показал [Давыдов, 1982], что перенос энергии в таких цепях осуществляется двумя типами возбуждений: солитонами и экситонами. Под экситонами он понимает возбуждения, перемещающиеся со скоростью, большей первой характерной скорости V_{01} (кривая 2 на рис. 4); поэтому экситоны, по А.С. Давыдову, переносят только энергию внутримолекулярного (в нашем случае – внутриблокового) возбуждения и не вызывают локальную деформацию цепочки. Солитоны представляют собой коллективные возбуждения, перемещающиеся вдоль цепочки со скоростью, меньшей первой характерной скорости V_{01} (кривая 1 на рис. 4). Эти возбуждения являются комбинациями внутримолекулярного (внутриблокового) и деформационного возбуждений. В результате, в работе [Давыдов, 1982] автор сводит описание солитонных возбуждений к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ). Полученная им качественная зависимость энергии возбуждений от скорости показана на рис. 4.

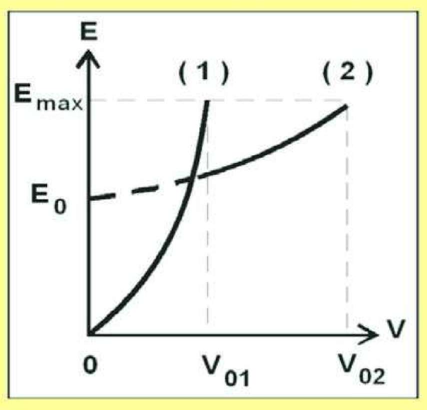

Рис. 4. Качественная зависимость энергии возбуждения E от скорости V: 1 — солитоны; 2 — экситоны. V_{01}, V_{02} — характерные скорости процесса, соответствующие «предельным» энергиям $E = E_{max}$.

Теоретические модельные для молекулярных цепей и экспериментальные миграционные для цепочек очагов землетрясений зависимости качественно совпадают между собой, что позволяет интерпретировать экспериментальные миграционные зависимости (7) и (8) как аналоги солитонных и экситонных (в смысле А.С. Давыдова) возбуждений в геосреде, с характерными предельными скоростями $V_{01} = V_{1,max}$ и $V_{02} = V_{2,max}$. При этом предельное значение скорости миграции $V_{1,max} \approx 1 - 10$ см/с совпадает с характерной скоростью c_0 (2.3; 6), полученной в рамках ротационной блоковой модели геосреды, что дает возможность интерпретировать последнюю как предельную скорость солитонного решения СГ уравнения V_{01}, а само уравнение – как уравнение, описывающее солитонный тип возбуждений в геосреде (по аналогии с НУШ в [Давыдов, 1982]).

Известно, что солитонные решения СГ-уравнения характеризуются рядом важных свойств, соответствующих свойствам реальных элементарных частиц, в то время как экситоны являются такими возмущениями, которые в линейном приближении вырождаются в обычные волны, в нашем случае — в продольные (P) и поперечные (S) сейсмические (s) волны V^s. Поэтому обсуждаемые здесь солитонное V_1 (7) и экситонное V_2 (8) возбуждения с характерными предельными скоростями:

$$V_{1,max} \approx V_{01} \approx c_0,\ V_{2,max} \approx V_{02} \approx V^s, \qquad (9)$$

по сути, являются новым типом упругих волн в твердых телах — ротационными волнами, которые представляют собой уединенные волны, поляризованные перпендикулярно к направлению распространения.

3. Геологическое приближение

В течение геологических отрезков времени (миллион лет и более) «твердая» Земля с достаточно хорошим приближением может рассматриваться как текучая среда, по свойствам близкая к жидкости. Тогда в «геологическом» приближении, при условии, что геосреда имеет реидные (невязкие) свойства, можно наметить путь аналитического изучения закономерностей ее движения в рамках известной задачи Дирихле-Дедекинда-Римана о вращающемся объеме гравитирующей невязкой жидкости, сохраняющем свою эллиптическую форму. В классическом виде эта задача сформулирована следующим образом: «Дана однородная несжимаемая масса гравитирующей жидкости. Допускают ли законы гидродинамики такое движение этой массы, чтобы ее форма в любой момент оставалась эллипсоидальной, а поле скоростей жидкости – линейным по координатам?»

Поставив задачу, Дирихле получил и уравнения движения эллипсоида – правда, в весьма громоздкой лагранжевой форме. Далее Дедекинд обосновал теорему о существовании сопряженных эллипсоидов, которая отражает фундаментальное свойство линейности поля скоростей, и Риман преобразовал дифференциальные уравнения движения жидкой массы от лагранжевой формы к новой, отвечающей духу задачи, и указал три интеграла этих уравнений, выражающих сохранение энергии, момента вращения и циркуляции.

Геологическим проявлением таких движений могут являться, например, вихревые структуры земной коры, впервые описанные в 1928 году Ли Сыгуаном. Важные результаты, доказывающие существование во вращающихся реальных системах, включая планеты и звезды, внутренних движений «вихревой» природы, были получены Б. Риманом (1860), Чандрасекхаром (1983), Б.П. Кондратьевым (2003) и др. Проблема вихревых геологических структур в настоящее время исследователями практически не рассматривается. Отсутствуют работы, в которых бы анализировался весь спектр вихревых структур с указанием их параметров. До настоящего времени не создан каталог вихревых структур, пригодный для анализа, например, статистического. Тем не менее, результаты, полученные нами, а также Е.Г. Мирлиным, А.А. Любушиным и другими исследователями, могут служить отправной точкой для дальнейших исследований этой проблемы.

Мы полагаем, что вихревые геологические структуры могут являться геодинамическими аналогами математических решений проблемы Дирихле–Дедекинда–Римана, которые на поверхности земной коры могут проявляться в виде течений вихревой формы. Это новое направление геодинамических исследований может быть рассмотрено и в рамках физической (нелинейной) акустики, в которой рассматриваемые трансляционные движения среды являются следствием ее нелинейных свойств в результате радиационного давления.