УДК 550.344.094.43

ГУСЕВ А. А., ЛЕМЗИКОВ В. К.

ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН В КОРЕ И ВЕРХНЕЙ МАНТИИ КАМЧАТКИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ СТАНЦИИ «ШИПУНСКИЙ»

Введение

Надежные оценки рассеивающих свойств коры и верхней мантии Земли представляют большой интерес как важные геофизические характеристики земной среды, а также как необходимые исходные данные для оценок движения грунта при сильном землетрясении. Чтобы получить оценки рассеяния, необходимо провести интерпретацию наблюдательных данных с использованием теорий рассеяния волн. При этом возникает ряд трудностей.

Во-первых, приходится выделять эффекты рассеяния на фоне эффектов поглощения. Во-вторых, в рамках существующих упрощенных теорий затруднен учет влияния пространственных, в первую очередь вертикальных, вариаций рассеяния и поглощения. В этой ситуации для получения хотя бы грубых, но надежных оценок целесообразно одновременно использовать несколько по возможности независимых методов. Попытка применить подобный подход к данным о близких землетрясениях Камчатки предпринята в данной работе.

Обоснование методики и вывод основных расчетных формул

В данной работе интерпретация наблюденной волновой картины от близкого землетрясения основывается на простой теории рассеяния волн от импульсного изотропного точечного источника в трехмерной однородной поглощающей среде со статистически однородными изотропными рассеивателями (см. [6, 9]). Обменным рассеянием (P→S, S→P) пренебрегаем, равно как и вкладом P-волн в амплитуду рассеянных волн («коды»). Поток мощности (интенсивность) в прямой волне в этом случае можно записать в следующем виде [4, 6, 9]:

$$I_{np}(r) = \frac{w}{4\pi r^4} \exp \left( -\frac{2nf}{cQ} - \frac{r}{l} \right),$$

(1)

где $I_{np}(r)$ — интенсивность излучения в полосе частот $\Delta f$ (подразумеваемой) с осевой частотой $f$; $\omega$ — энергия источника в той же полосе; $r$ — расстояние источник — приемник; $\tau$ — длительность включения источника в предположении прямоугольной огибающей импульса (или эквивалентная длительность); $Q = Q_s(f)$ — добротность; $c = c_s$ — скорость S-волн; $l = l(f)$ — длина свободного пробега, или длина рассеяния (коэффициент рассеяния $\alpha = l^{-1}$). Перепишем (1) в виде

$$I_{np}(t_{np}) = \frac{w}{4\pi c^2 r_{np}^2} \exp \left( -\frac{2nf_{np}}{Q} - \frac{t_{np}}{t^*} \right),$$

(2)

где обозначено время пробега прямой волны $t_{np} = r/c$ и время рассеяния $t^* = l/c.$
Интенсивность рассеянной волны $I_{\text{пасс}}$ описывается различными выражениями при различных соотношениях между $t_{\text{пп}}, t^*$ и временем наложения $t$. Здесь и далее в работе $t$ отсчитывается от момента излучения импульса и предполагается условие $t < t_{\text{пп}}$. При условии $t_{\text{пп}} < t \ll t^*$ справедливо борновское приближение (модель однократного рассеяния) [4, 6, 9], которое дает для $I_{\text{пасс}}$ выражение

$$I_1(t) = \frac{w}{2\pi c \sigma t^*} \exp \left( -\frac{2\pi t}{Q} \right).$$

(3)

При $t$, близких к $t_{\text{пп}}$, $I_{\text{пасс}}$ превышает $I_1$ в 2—3 раза [4]. Практически можно принять, что $I_{\text{пасс}} = I_1$ при $t > (2—3)t_{\text{пп}}$. Заметим, что (3) не зависит от $t_{\text{пп}}$.

В противоположном случае $t \gg t^*$ справедливо диффузионное приближение (см., например, [9]), в этом случае интенсивность рассеянных волн имеет вид

$$I_d(t_{\text{пп}}, t) = \frac{w}{c^2 \left( \frac{4\pi}{3} t^* \right)^{\nu/z}} \exp \left( -\frac{t_{\text{пп}}^2}{4} - \frac{2\pi t}{Q} \right).$$

(4)

Формула (4) применима начиная с моментов $t$, несколько превышающих $t_{\text{пп}}$. При $t \gg t_{\text{пп}}$ первый член в показателе экспоненты мал и (4) сводится к асимптотическому виду

$$I_{da}(t) = \frac{w}{c^2 \left( \frac{4\pi}{3} t^* \right)^{\nu/z}} \exp \left( -\frac{2\pi t}{Q} \right),$$

(5)

в котором зависимость от $t_{\text{пп}}$ снова выпадает.

Для области $t \sim t^*$ адеакватное аналитическое описание отсутствует.

Коппич [3] предложил использовать здесь следующее выражение, имеющее структуру отрезка ряда по параметру $u = t/t^*$ и в наших обозначениях принимающее вид (исправлено ошибку в коэффициенте)

$$I_k(t) = \frac{w}{2\pi c^2 \sigma t^*} \left( 1 + \frac{\pi^2}{16} u + \frac{\pi^4}{64} u^2 \right) \exp \left( -\frac{2\pi t}{Q} - \frac{t}{t^*} \right).$$

(6)

На рис. 1 проведены кривые, соответствующие формулам (2) (при $t = t^*/20$, что достаточно типично в нашем случае); (3); (4) (для трех вариантов $t_{\text{пп}}/t^* = 0,01; 1$ и 10); (5) и (6) (при $u < 1$). Видно, что при $u \leq 0,1$ формулы (2) и (6) дают близкий результат; это связано с тем, что второй и третий члены в (6) компенсируются членом $-t/t^*$ в показателе экспоненты. При $u = 0,8 + 1$ (6) предсказывает «площадку» на кривой; для сопряжения этой площадки с кривой $I_{da}$ (5) (при $u > 2—3$) необходимо физически неоправданный «горб», схематически показанный на рис. 1. С другой стороны, кривая, отвечающая $I_{da}$ (5), пересекается с кривой для борновского приближения (2) при $u = 0,171$, причем ломаная

$$I_c(t) = \begin{cases} I_1(t); & t < 0,171t^* \\ I_{da}(t); & t > 0,171t^* \end{cases}$$

(7)

близка к кривой (6) везде, где последняя физически правдоподобна. Поэтому именно ломаная (7) была использована для интерпретации в настоящей работе. Фактические значения $u$ оказались в диапазоне 0,2—1; таким образом, мы всегда использовали вторую из формул (7) для $I_{da}$.

По поводу приведенных формул следует сделать одно замечание. Для процесса рассеяния излучения от близкого землетрясения модель рассеяния в полупространстве должна, по-видимому, быть более подходящей, чем модели для безграничного пространства. Анализ этого
случая показывает, однако, что, если границу полупространства считать зеркальной, использование формул (3) и (5) не приводит к существенной погрешности.

Формула (7) описывает предельный (при больших t) теоретический ход интенсивности рассеянных волн при любых $t_{np}$ в статистически однородной среде с постоянным поглощением. По данным наблюдений, наличие такой предельной зависимости («асимптоты коды» по [7]), т. е. предельной формы огибающих хвостовой части записи близкого землетрясения на разных расстояниях от источника, — очень типичная черта волновой картины. Однако эмпирическая зависимость $I_{расс}(t)$ обычно не описывается формулой типа (7), а имеет более сложный вид. Это связано с невыполнением условия статистической однородности и постоянства поглощения. Применение изложенных теоретических моделей для интерпретации требует поэтому дополнительного обоснования.

Хорошо известно, что рассеяние в Земле в общем ослабевает с глубиной. Рассмотрим поэтому простейшую неоднородную модель в виде рассеивающего слоя с $t^* = t_{a*}$, толщиной $H < c_1 t_{a*}$ на слабо рассеивающем полупространстве с $t^* = t_{a*}$. Обозначим $t_{n} = (Hc_1^*/c)^{0.5}$, и пусть поглощение отсутствует. Очевидно, при $t < t_{a*}$ картина, наблюдаемая на поверхности, будет соответствовать рассеянию в полупространстве с параметром $t_{a*}$. несколько менее очевидно, что при $t > t_{a*}$ картина будет соответствовать рассеянию в полупространстве

с параметром $t_{a*}$. При промежуточных $t$ картина будет соответствовать рассеянию в поглощающем полупространстве с характерным «временем поглощения» $t_0 = Q/2nf$ порядка $t_{n}$ и некоторым эффективным значением $t^* = t_{a*}$. Фиктивное поглощение возникает за счет практически безвозвратных потерь на излучение в слабо рассеивающую среду. Таким образом, возникнет фиктивная добавка к характеристикам поглощения в слое, если определить их по модели диффузии в поглощающем полупространстве.

Отсюда следует определенные методические выводы. Во-первых, следует стремиться оценить $t^*$ независимо от Q. Во-вторых, чтобы результата интерпретации по модели диффузии в однородном пространстве были надежны, нужно, чтобы эмпирические данные укладывались в эту модель в достаточно широком диапазоне $t$. Наконец, следует ожидать, что оценки Q по модели диффузии в полупространстве будут не сколько заниженными, причем тем сильнее, чем уже упомянутый диапазон. Вообще говоря, может быть поставлена (по-видимому, неустой-
чива и даже неоднозначная) обратная задача восстановления \( t^* (h) \) и \( Q (h) \) по ходу интенсивности \( I_{\text{расч}} (t) \), ее исследование — дело будущего.

Другим фактором, осложняющим реальную картину по сравнению с изложенной моделью, является то, что в реальной Земле не выполняется гипотеза изотропного рассеяния, лежащая в основе формул борновского и в меньшей мере диффузионного приближения. Это выражается, в частности, в том, что на короткопериодных записях региональных станций прямая волна, т. е. импульс, сформированный очаговым процессом, наблюдается лишь на расстояниях, не превышающих 10—20 км от источника. На больших расстояниях импульс уширен и его длительность не отражает очаговую. Изотропное рассеяние не представляет уширения импульса. В этой связи следует отметить, что одним из типичных рассеятелей в Земле является хорошо известная из сейсморазведки и ГСЗ отражающая площадка, а она резко анизотропна по отражаям (т. е. в данном контексте рассеивающим) свойствам.

Далее мы попытаемся дать грубое описание картины для комбинации изотропного и сильно анитропного рассеяния. Полный коэффициент рассеяния \( \alpha \) в этом случае есть сумма коэффициентов изотропного \( \alpha_n \) и анисогропного \( \alpha_a \) рассеяния:

\[
\alpha = \alpha_n + \alpha_a.
\]  
(8)

Введем соответствующие длины рассеяния \( l = \alpha^{-1} \), \( l_a = \alpha_a^{-1} \), \( l_n = \alpha_n^{-1} \), времена \( t_n = l_n / c \), \( t_a = l_a / c \) и плотности рассеятелей \( n_n \) и \( n_a \). Интегральные сечения двух типов рассеяния таковы:

\[
\sigma_n = \sigma_n / n_n,
\]  
(9)

\[
\sigma_a = \sigma_a / n_a.
\]  
(10)

Дифференциальное сечение изотропного рассеяния постоянно:

\[
\sigma_n (\theta) = \sigma_n / 4\pi.
\]  
(11)

Здесь \( \theta \) — угол рассеяния. Для случая анизотропного рассеяния допустим, что угол рассеяния \( \theta \) мал, в этом случае малая дуга \( \theta \) на единичной сфере есть векторная сумма двух малых дуг \( \theta_a \) и \( \theta_n \) — угловых отклонений луча в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Тогда случайный угол рассеяния

\[
\theta = (\theta_n^2 + \theta_a^2)^{1/2},
\]  
(12)

где \( \theta_n \) и \( \theta_a \) — независимые случайные величины. Пусть \( \theta_n \) и \( \theta_a \) имеют одинаковые нормальные законы распределения с дисперсией \( \delta^2 (\delta \ll 1)\):

\[
p (\theta_n, \theta_a) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp \left( -\theta_n^2 / 2\delta^2 \right).
\]  
(13)

В этом случае \( \theta \) распределен по Релею и дифференциальное сечение анитропного рассеяния имеет вид

\[
\sigma_a (\theta) = (\sigma_a \theta / 2\pi \delta^2) \exp \left( -\theta^2 / 2\delta^2 \right).
\]  
(14)

Перейдем теперь к рассмотрению кратного анитропного рассеяния. Будем считать за направлением луча в процессе многократных рассеяний, тогда процесс рассеяния можно рассматривать как случайное блуждание в пространстве углов (по единичной сфере). Этот процесс рассмотрен в [8, с. 139], и мы воспользуемся соответствующими результатами. Введем суммарный угол \( \theta \) отклонения луча за \( N \) актов рассеяния; среднее значение \( \cos \theta \) в наших обозначениях равно

\[
\cos \theta = e^{-N \delta^2}.
\]  
(15)
При малости показателя экспоненты это равенство сводится к очевидному результату для двумерного блуждания на плоскости:

\[ \overline{\theta^2} = 2N \delta^2. \] (16)

С ростом \( N \cos \theta \rightarrow 0 \) и поле излучения становится все более изотропным. Выберем в качестве условного критического значения \( N \delta^2 = 2 \), что примерно соответствует \( \theta = 82^\circ \), и назовем соответствующее время \( t_0 = 2t_a^* / \delta^2 \) временем изотропизации. Характер рассеянного поля при временах \( t > t_0 \) будет мало отличаться от случая изотропного рассеяния с \( t^* = t_0 \).

С другой стороны, при \( t \ll t_0 \), когда анизотропно рассеянная мощность распространяется вдоль исходного луча, основным эффектом будет уширение излученного импульса с приблизительным сохранением энергии. Таким образом, есть основания полагать, что при \( t \ll t_0 \) энергия наблюдаемого импульса близка к энергии импульса в среде без рассеяния. Это важно для интерпретации, так как «чистый» импульс от источника обычно наблюдается затруднительно.

Изложенное относилось к анизотропной части рассеяния. Изотропная часть при \( t \ll t_a^* \) будет приводить лишь к снижению амплитуды импульса. Если одновременно \( t > t_0 \) и \( t > t_a^* \), эффекты изотропной и анизотропной частей неразличимы: будет наблюдаться картина, соответствующая кратному изотропному рассеянию с некоторыми эффективными значениями \( \alpha_a \) и \( t_a^* \):

\[
\alpha_a = \alpha_a + (t_a^* / t_0) \alpha_a,
\]

\[
t_a^* = (t_0 \alpha_a)^{-1}.
\] (17)

Некоторые параметры анизотропного рассеяния оказывается возможным оценить по уширению импульса. Действительно, можно полагать, что при \( \delta \)-образном импульсе в источнике ширина импульса будет порядка разности времен пробега вдоль исходного прямого луча в однородной среде и вдоль «искривленного» луча в рассеивающей среде. Согласно [8], средний квадрат рассеяния \( r^2 \), на которое удаляется луч от исходной точки, пройдя вдоль своей трассы расстояние \( s = Nt_a^* \), равен

\[ r^2 = s^2 \left( 1 - \frac{N \delta^2}{3} \right) \] (18)

(при условии \( N \delta^2 \ll 1 \)), откуда

\[ s - r \approx N \delta^2 s / 6 = \delta^2 / 6 \alpha_a \]

и длительность импульса

\[ \tau \approx \delta^2 / 6 \alpha_a = q \delta^2. \] (19)

Параметр \( q \) может быть определен из наблюдений, а с ним и \( t_a^* = 1 / q \). Значения \( t_a^* \) непосредственно определить нельзя, но, задавшись значением \( \delta \) из допустимого диапазона (грубо говоря, \( 10^\circ < \delta < 30^\circ \)), можно получить ориентировочную оценку из соотношения

\[ t_a^* = t_0 \delta^2 / 2. \] (20)

Относительная роль кратно анизотропного рассеяния в общей картине определяется при сопоставлении величин \( t_a \) и \( t_a^* \), определенного из наблюдений кода-волна.

Список возможных уклонений реальной среды от модели изотропного рассеяния в статистически однородной среде может быть продолжен. Мы полагаем, однако, что факторы вертикальной неоднородности и анизотропии имеют преобладающее значение.
Методика интерпретации

Мы отмечали выше, что для получения оценок α (или l = α−1), или t∗ = l/c) желательно применить методы, не требующие одновременной оценки поглощения. Например, удобно использовать два типа волн — прямые и рассеянные — при одинаковых временах запаздывания t. Первый из использованных способов — наиболее грубый. Он основан на визуальном изучении сейсмограмм и оценки возможности четкого выделения прямой (или анизотропно рассеянной) волны. Когда подобные оценки качества «прямой волны» упорядочены по расстоянию, можно найти критическое время t, на котором прямая волна «исчезает в шуме». Это время можно непосредственно использовать в качестве оценки t∗.

В обоснование подобного способа можно сказать следующее. Волновая картина записей близких землетрясений указывает на большую роль анизотропного рассеяния, так как даже при минимальных расстояниях прямая волна (очаговый импульс) обычно не выделяется визуально. Если анизотропной компонентой рассеяния пренебречь, момент «потери» видимого импульса анизотропно рассеянной волны будет несколько менее времени изотропизации, которое в этом случае близко к времени рассеяния t∗. Таким образом, в этом случае оценка оправдана.

Рассмотрим теперь противоположный случай — когда в основном рассеяние изотропно. При этом «потеря импульса» произойдет в момент, когда интенсивности «прямой» и рассеянной волн сравняются. Но импульс «прямой» волны, как мы отмечали, уширен, поэтому при расчете интенсивности прямой волны следует брать его фактическую, а не «очаговую» длительность. Для низкочастотных каналов уширение за счет кратного анизотропного рассеяния часто отсутствует, зато импульс уширяется и становится более длительным. Фактические значения длительности обычно составляют τ∗ = 1,5—8 с.

Считая, что «потеря импульса» происходит при некотором конкретном значении сигнала/шума γ ~ 1, получим уравнение для определения момента «потери»

\[ I_{пр}(t_*)/I_{пас}(t_*) = γ, \tag{21} \]

где I_{пр} берем по (2) и I_{пас} — по (7). Здесь I_{пас} соответствует t ~ t_{пр}, а в этом случае формула (7), строго говоря, неприменима. Тем не менее ее использование кажется допустимым в оценочных целях. Дело в том, что при t ~ t_{пр} << t∗ формула (7) знижает, а при t ~ t_{пр} ~ t∗ — завышает точное значение I_{пас}; мы же рассматриваем как раз пограничный случай t ~ t_{пр} ~ t∗. Решая уравнение (21) при I_{пас} = I_{пр} (формула (7)), получим, что γ ~ 1 при t∗, если подставить типичные значения t∗, а также оценки t∗, полученные ниже другим способом. Это вместе с результатом для чисто анизотропного случая оправдывает предлагаемый грубый подход. Важно отметить, что при его применении нужно тщательно избегать предварительного подбора записей.

Второй из примененных способов оценки t∗ использует отношение интенсивности прямой волны в интенсивности, рассеянной с малой кратностью, соответствующих различным землетрясениям. Запишем формулу (7) для одного землетрясения (индекс 1) и формулу (2) для другого (индекс 2) и возьмем отношение правых и левых частей, полагая значения t одинаковыми. Разделим на w_{1}/w_{2}, получим исходную формулу

\[ B_2 = \frac{j_{пас}^{(1)} w_{пас}^{(1)}}{j_{пр}^{(2)} t_{пр}^{(2)} w_{пр}^{(2)}} = \begin{cases} (2/t_*) \exp (t/t_*) ; & u < 0,171 \\ (4,836/t_*) \left( t_*/t_0 \right)^{1/2} \exp (t/t_*) ; & u > 0,171 \end{cases}, \tag{22} \]

где τ_{пр} — эквивалентная длительность. При заданных t и B_{2} получаем уравнение относительно t∗, которое решается, например, методом итераций. На выбор t влияют следующие соображения. Оценение t/t_{пр}^{(1)}
должно быть максимально, чтобы было допустимо применение асимптомической формулы, с другой стороны, $t$ должно быть минимальным, чтобы не был велик параметр $u$ (при $u \geq 1$ $I_{np}$ определяется неустойчиво).

Рассмотрим теперь, как определить величину $B_\phi$, причем сначала для упрощенного случая, когда $I_{расс} = I_{расс} / I_{np}$ фиксируются для одного и того же землетрясения (при этом $B_\phi = I_{расс} / I_{np}$). В данной работе наблюдательным материалом служили фотозаписи землетрясений, а в качестве исходных данных мы использовали значения размаха («двойной амплитуды») $2A_s$ записи «прямой» волны и соответствующие значения визуальной длительности импульса $t'$, а также значения размаха записи коды $2A_c$ на стандартных интервалах времени $\Delta t$. Рассмотрим сначала оценку $\tau_s I_{np}$. По определению, $\tau_s I_{np} = \tau_s c P A_s c_\infty M^2$, где $P$ — плотность, $M$ — увеличение по скорости и $A c_\infty$ — среднеквадратическая (с. к.) амплитуда записи эквивалентного импульса. Поскольку множитель $C = c M^2$ при делении в (22) выпадает, достаточно оценить произведение $\tau_s A^2 c_\infty$.

Истинное «очаговое» значение $\tau_s$ определить обычно невозможно; с другой стороны, нам важна лишь энергия импульса. Поэтому было удобно привести наблюдения к стандартной длительности, равной эквивалентной длительности реакции фильтра $\tau_\psi = \Delta f^{-1}$. Запишем связь соответствующего значения $A c_\infty$ с наблюдаемыми величинами $A_s$ и $t'$ в виде

$$A c_\infty = k_1 k_2 k_3 k_4 A_s,$$

где $k_1$, $k_2$, $k_3$, $k_4$ — поправочные коэффициенты, к определению которых мы и перейдем.

Рассмотрим сначала поправку за длительность. Импульсная реакция полосового фильтра $\text{CHSS}$ с осевой частотой $f_m$ и полосой $\Delta f = 0,67 f_m$ имеет эквивалентную длительность $\tau_c = 1,5 f_m^{-1}$. Наблюдаемая видимая длительность реакции $\tau_c$ фильтра (на уровне ~0,2 по амплитуде) близка к $2\tau_\psi$. Наблюдаемая длительность $t'$ импульса $S$-волны, особенно на высокоочастотных каналах, обычно превышала $\tau_c$. Это могло быть связано как с влиянием очаговой длительности, так и с эффектом анизотропного рассеяния. В первом случае длительность должна быть одинаковой на разных каналах. Это наблюдалось лишь изредка, поэтому мы предполагаем это явление главным образом анизотропному рассеянию. Поскольку энергия при анизотропном рассеянии в среднем сохраняется, можно было привести наблюдения к стандартной величине длительности, в качестве которой было удобно выбрать $\tau_s$. Соответствующий поправочный множитель к $A_s$ имеет вид

$$k_\tau = (t'/\tau_\psi)^{1/2},$$

где $\tau_\psi$, как и $t'$, снимается на уровне ~0,2 по амплитуде. Приведенная амплитуда записывается как

$$A_c = k_\tau A_s.$$  

(25)

Для перехода от $A_c$ к $A_s$ следует ввести еще следующие поправочные множители.

1. За переход от видимой длительности реакции фильтра $\tau_\psi$ и $\tau_\psi$:

$$k_1 = (\tau_\psi /\tau_\psi)^{1/2} = 1,41.$$  

(26)

2. За переход от плавной огибающей реакции фильтра и прямоугольной огибающей. Примем, что огибающая описывается полуволновой синусоиды; поправка в этом случае составляет

$$k_2 = 0,707.$$  

(27)

Поправки $k_1$ и $k_2$ практически компенсируют друг друга.

3. За переход от максимального экстремума к с. к. экстремуму. Эта поправка оценивалась следующим образом. Будем рассматривать мак-
симальную часть нестационарного импульса прямой волны с длительностью порядка 0,4 τ как отрезок гауссова шума. Тогда квадраты экстремумов распределены экспоненциально и (см. [2])

\[ k_s^2 = \sum_{i=1}^{n} 1/i \approx \ln n + 0,577, \]  

(28)

gде число экстремумов \( n = 0,4 \tau f_m \). Фактически \( A_s \) есть полусумма двух максимальных экстремумов — среди \( n \) положительных и среди \( n \) отрицательных пиков. Это не меняет поправки, хотя снижает разброс оценок.

4. За переход от с. к. экстремуму к с. к. амплитуде. Примем, как для гауссова процесса:

\[ k_s^2 = 0,5. \]  

(29)

Оценка \( I_{прец} = CA^2_w \), по \( A_c \) получается несколько проще. 2\( A_c \) есть размах записи в пределах фиксированного окна \( \Delta t \), поэтому

\[ A_{ck} = k_s' (\Delta t) k_s A_c, \]  

(30)

где \( k_s' \) и \( k_s' \) аналогичны уже введенным поправкам \( k_s \) и \( k_s \), причем \( k_s' = k_s \). Таким образом, наша упрощенная задача (для одного землетрясения) решена.

Фактически мы обладали записями разных землетрясений на одной станции. Кроме того, было желательно найти способ осреднения данных, полученных по разным землетрясениям. Для этой цели удобно нормировать значения \( A_0 \) и \( A_c \) на значение \( A_c \) при некотором достаточно большому стандартном времени \( t = t_\text{вр} \) [7]. Поскольку \( A_c(t_\text{вр}) \) пропорционально \( W \), такой подход в точности соответствует исходной формуле (22). Нормированные величины

\[ a_s = A_s(t)/A_c(t_\text{вр}), \]  

(31)

\[ a_c = A_c(t)/A_c(t_\text{вр}) \]  

(32)

в среднем не должны зависеть от выбора конкретного землетрясения. Фактические оценки \( a_c \) и особенно \( a_s \) имеют, однако, заметный разброс. Поэтому было удобно осреднить зависимости \( a_s(t) \) и \( a_c(t) \) для нескольких землетрясений, и уже осредненные значения \( a_s \) и \( a_c \) для некоторого фиксированного значения \( t \) использовать для расчета \( B_2 \).

При расчете \( a_s \) не во всех случаях можно было измерить \( A_c(t_\text{вр}) \); в подобных случаях нормировка выполнялась согласно очевидной формуле (см. [7])

\[ a_s = (a_s(t)/A_c(t')) \tilde{a}_c (t'), \]  

(33)

где \( t' \) — другое, удобное для измерения уровня амплитуд времени.

Расчет значений \( a_s \) можно делать лишь для части запианных землетрясений, а именно для тех, для которых можно уверенно измерить длительность \( \tau' \). Таким образом, возникает определенное смещение средних эмпирических значений в сторону завышения, так как данные, соответствующие малым значениям диаграммы направленности, а также трассам с рассеянием, существенно превышающим среднее, автоматически отключаются. Для компенсации указанного завышения во всех расчетах с осредненными значениями \( a_s \) использовался дополнительный поправочный множитель \( k_{s1}^2 = 0,8 \).

Значение \( k_s \) зависит от \( \tau' \), но не очень сильно, поэтому при расчете \( B_2 \) использовалось медианное (по выборке) значение \( \tau' \), равное \( \tau_m \). Теперь можно записать окончательную расчетную формулу

\[ B_2 = k_{s1}^2 \tilde{a}_c (t)/\tilde{a}_s (t) 0,67 f_m, \]  

(34)

101
где

\[ k_{C/S} = k'_a (\Delta t)/k_9 (\tau_m) k_s. \]  

(35)

Третий из использованных способов опирается на модель диффузии. В этом случае без оценки \( Q \) обойтись не удаётся. Общая схема метода такова: сначала проверяем, можно ли подогнать эмпирические кривые \( \bar{a}_c(t) \) формулой (следствие из (4), см. [7, 9])

\[ f(t) = \text{const} t^{-s/4} \exp (-\pi t_m t / Q). \]  

(36)

При подгонке определяется значение \( Q. \) Далее, как и во втором способе, разделим обе части (7) на обе части (2) при различных значениях \( t; \) обозначим их \( t_{np} \) и \( t_{pacc} \) соответственно. Имеем

\[ B_3 = \frac{f(t_{np})}{f(t_{pacc})} \frac{t_{pacc}^{(1)} (t_{pacc})}{t_{np}^{(2)}} = \frac{4.83 \pi t_m^{3/2} \exp \left[ (t_{np} - t_{pacc})/Q + t_{np}/t^* \right]}{(t_{pacc}^{(1)} (t_{pacc}))^{3/2}}. \]  

(37)

При известных \( B_3, t_{np}, t_{pacc}, f_m \) и \( Q \) снова получаем уравнение, из которого определяется \( t^* \). Для оценки \( B_3 \) имеем выражение, вполне аналогичное выражению для \( B_2 \):

\[ B_3 = (k_{C/S})^2 \left( \bar{a}_c(t_{np})/\bar{a}_c(t_{pacc}) \right)^{3/2} f_m. \]  

(38)

Здесь \( t_{np} \) можно выбрать минимально возможным, а \( t_{pacc} \) следует выбрать в конце того диапазона \( t \), где подгонка \( \bar{a}_c(t) \) функцией (36) допустима.

Рассмотрим теперь, как оценивать параметр \( q \) (формула (19)), определяющий характеристики анизотропного рассеяния. Для применения развитого выше подхода к реальным данным следует учесть конечную длительность импульсной реакции канала ЧИСС. Наблюдаемая длительность может быть для этого случая записана в виде

\[ \tau' = (\tau_0^2 + (q_1 t)^2)^{1/2}, \]  

(39)

где \( \tau_0 \) — длительность реакции ЧИСС. Эта формула точна, если под \( \tau' \), \( \tau_0 \) и \( q_1 t^2 \) подразумевают среднеквадратические длительности:

\[ \tau = \int q^2(t) t^2 dt / \int q^2(t) dt, \]  

(40)

где \( q^2(t) \) — квадрат огибающей. Аналогичную поправку следует делать и для учета огибающей, но практически она мала. Формулу (39) можно непосредственно подгонять к наблюдаемым данным о \( \tau' \).

Исходные данные и оценки рассеяния

В работе использованы несколько десятков записей многоканальной частотно-избирательной сейсмической станции ЧИСС «Шипунский», расположенной на восточном побережье п-ова Камчатка (оконечность мыса Шипунского, в 100 км к востоку от г. Петропавловска-Камчатского). Станция, разработанная К. К. Запольским, действовала в 1967—1969 гг. под наблюдением С. А. Болдырева [1]. Станция имела семь откидных каналов записи вертикальной скорости грунта с осевыми частотами \( f_m = 0,39; 0,79; 1,51; 3,0; 5,5; 11,1; 25,0 \) Гц и эквивалентной шириной полосы, близкой к 0,67 \( f_m \). Станция размещена на скальном грунте. Были использованы записи близких неглубоких землетрясений с значениями \( S-P \) от 5 до 40 с; землетрясения с меньшими \( S-P \) на станции практически не регистрируются. В расчетах принято \( c = c_s = 3,5 \text{ км/с} (c_s/c_s)^2 = 3,0 \).

В первую очередь записи (без отбора) были изучены для получения оценок «качества» импульса S-волны. Была использована ограничен-
ная выборка — 35 записей, для которых была уверенность в отсутствии предварительного подбора. Применялись три уровня визуальной оценки качества импульса: "ясный", "плохой" и "выделение невозможно", характеризуемые значениями балла 1, 2 и 3 соответственно. Для каждого интервала $S-P$ из набора 5—10 с, 10—20, 20—40, 40—80 с рассчитывался средний балл, и значение $S-P$, соответствующее среднему баллу 2,5, было принято как характеризующее длину рассеяния (см. рис. 2). Соответствующие оценки $f^*$ сведены в табл. 1.

![Рис. 2](image1)

**Рис. 2.** Ход среднего качества прямой волны в баллах в функции $(S-P)$ (см. текст) для шести каналов ЧИСС. Вертикальная черта соответствует принятому моменту потери импульса в шуме.

![Рис. 3](image2)

**Рис. 3.** Эмпирические асимптотические огибающие амплитуд кода-волны $a_c(t)$ для семи каналов ЧИСС и их аппроксимация теоретическими кривыми для диффузионной модели. Осевая частота фильтра указана у кривой. Кривые произвольно сдвинуты по вертикали; точка соответствует времени $t=t_q$.

Затем по нескольким десяткам землетрясений были построены асимптотические огибающие коды $a_c(t) = A_c(t)/A_c(100)$, нормированные к их собственному уровню при $t=100$ с. Согласно [7], «начало» записи коды выбиралось в момент $t=1,5+2,5 t_{np}$ (меньшее значение для высокочастотных каналов). Как и в других регионах [7], обнаружилась стабильность огибающих коды для различных положений оча.
Оценка $t^*$ по первому (визуальному) методу

<table>
<thead>
<tr>
<th>Параметры</th>
<th>Основная частота канала $f_{mix}$, Гц</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>0,99</td>
</tr>
<tr>
<td>$S-P_{25, c}$</td>
<td>34</td>
</tr>
<tr>
<td>$i^*$</td>
<td>80</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Таблица 2

Оценки $Q_S$ по коде с использованием модели объемной диффузии

<table>
<thead>
<tr>
<th>Параметры</th>
<th>Основная частота канала $f_{mix}$, Гц</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td></td>
<td>0,99</td>
</tr>
<tr>
<td>$Q_S$</td>
<td>298</td>
</tr>
</tbody>
</table>

га землетрясения. Техника построения асимптот была принята со-
Именно запись коды разбивалась на интервалы равной длительности $\Delta t$, причем границы интервалов выбирались в моменты $t_i=i\Delta t$, $i=1, 2, \ldots$ (здесь, как и ранее, $t$ отсчитывается от времени возникнове-
ния землетрясения). Значения $\Delta t$ приведены в табл. 3 ниже. Измерялся размах записи 2$A_c^{(5)}$ в каждом интервале, затем наборы $\lg A_c^{(5)}$ для разных землетрясений наносились на график. Смещая по вертикали индивидуальные графики, путем наложения удается надежно постро-
ить кривую $a_c(t)$.

Для получения оценок $Q$ кривые $a_c(t)$ подгонялись функцией (36) в левой начальной части графика (рис. 3). Результаты приведены в табл. 2. Строка $t_a-t_b$ указывает интервал, в котором подгонка прак-
тически идеальна (расхождение не превышает 0,05 лог. ед.). При $t>t_b$ эм-
пирические кривые плавно отходят вверх от теоретических.

Для построения зависимости $a_b(t)$ были подобраны записи земле-
трясений с ясно выраженным импульсом $S$-волны. Для этих импульсов измерены размеры амплитуд $2A_s$ и длительность $t'$, снятая визуально на уровне 0,1–0,3 по амплитуде. Для каждой записи вычислялась приве-
денная амплитуда $A_s$, которая затем нормировалась к значению $A_c$
(100) той же записи по описанной методике. Значения $a_b$ в функции $t_{np}$ приведены на рис. 4. Разброс данных очень велик, и наклон осредняю-
щих кривых определить затруднительно. Чтобы оценить хотя бы их
уровень, были построены теоретические кривые вида

$$a(t) = \text{const} \ t^{-1} \ \text{exp} (-\pi f_{n}t/Q - t/t^*)$$

(41)

Значения $Q$ выбирался из табл. 2, а в качестве значений $t^*$ были
приняты результаты предварительного расчета, близкие к окончатель-
ным. Оценка уровня кривых устойчива даже к большим вариациям $t^*$,
поэтому такая методика допустима. Уровень кривых был подобран ви-
зуально (см. рис. 2). Отсчеты уровня подобраны кривых использовы-
вались в качестве $a_b(t)$ в дальнейших расчетах.

Выбор значения $t=t_2$ для второго способа был по существу вынуж-
денным, так как зависимости $a_c(t)$ и $a_b(t)$ перекрывались лишь в уз-
ком диапазоне $t$. Было выбрано $t_2=25$ с для трех низкочастотных и $t_2=20$ с для высокочастотных каналов. Параметр $t/t_{np}$ для данных с $a_c$
был при этом порядка 2,0 и 1,6 соответственно. Расчет параметра $B$
проводился по изложенной выше методике, данные расчета сведены в
табл. 3. Значения параметра $u=t_2/t^*$ приведены в последней строке таб-

104
Таблица 3

<table>
<thead>
<tr>
<th>Параметры</th>
<th>Осевая частота канала ( f_m ), Гц</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( t_m, c )</td>
<td>0,39</td>
</tr>
<tr>
<td>( \Delta t, c )</td>
<td>10</td>
</tr>
<tr>
<td>( \lg K_{S/C} )</td>
<td>-0,04</td>
</tr>
<tr>
<td>( t_0, c )</td>
<td>25</td>
</tr>
<tr>
<td>( \lg a_S )</td>
<td>0,95</td>
</tr>
<tr>
<td>( \lg a_C )</td>
<td>0,55</td>
</tr>
<tr>
<td>( t^*, c )</td>
<td>89</td>
</tr>
<tr>
<td>( u )</td>
<td>0,26</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Таблица 4

<table>
<thead>
<tr>
<th>Параметры</th>
<th>Осевая частота канала ( f_m ), Гц</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( t_s, \text{ пасс}, c )</td>
<td>0,39</td>
</tr>
<tr>
<td>( \lg a_S )</td>
<td>1,24</td>
</tr>
<tr>
<td>( \lg a_C )</td>
<td>-1,39</td>
</tr>
<tr>
<td>( t^*, c )</td>
<td>129</td>
</tr>
<tr>
<td>( u )</td>
<td>5,2</td>
</tr>
</tbody>
</table>

лицы. Видно, что везде \( u>0,171 \), так что всегда применялась вторая из формул (22).

В расчетах для третьего способа время \( t_s, \text{ прямой} \) прямой волны принималось минимальным — 14 с, а время рассеянной волны \( t_s, \text{ пасс} \) — близ-

![Graph](image) Рис. 4. Эмпирические значения \( a_S(t) \) для семи каналов ЧИСС и осредняющие кривые (см. текст)

ким к значению \( t_s \) из табл. 2. Данные расчета по описанной методике сведены в табл. 4.

Для трех каналов ЧИСС (1,51; 2,96; и 5,5 Гц) была проведена подгонка данных \( \tau \) (\( S\rightarrow P \)) для получения характеристик анизотропного
рассеяния. На рис. 5 приведены исходные данные и осредняющие их кривые:

\[ \tau' = (\tau_0^a + p^3 (S - P)^4)^{\frac{1}{4}}. \]  

(см. формулу 39). Здесь снова \( \tau' \) и \( \tau_0 \) — длительность наблюдаемого импульса на выходе канала ЧИСС и импульсной реакции ЧИСС на уровне 0,2 по амплитуде; \( p \) — подгоночный параметр; принято \( \tau_0 = -2/0,67 f_m \).

Рис. 5. Зависимость визуальной длительности "прямой" S-волны на трех каналах ЧИСС от расстояния. Кривые соответствуют формуле (43); параметр \( p \) подгонялся

Качество подгонки мы сочли удовлетворительным; хотя разброс точек велик, его, по-видимому, следовало ожидать. Наиболее уверенные результаты получились для канала 5,5 Гц; в этом случае можно считать, что теоретическая квадратичная зависимость действительно подтверждается. Значения \( q = 0,178 \) и рассчитанные значения \( t_0 \) приведены в табл. 5.

Для оценочных целей значение ширины диаграммы рассеяния \( \delta \) принято равным 20°, соответствующее значение \( t^* \) также дано в табл. 5. Чтобы судить о том, насколько осмыслены эти оценки, мы разделили

<table>
<thead>
<tr>
<th>Параметры</th>
<th>Осевая часть канала ( f_m ), Гц</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( q, \text{ c}^{-1} )</td>
<td>0,0065</td>
</tr>
<tr>
<td>( t_0, \text{ с} )</td>
<td>51</td>
</tr>
</tbody>
</table>

| Основной 
<table>
<thead>
<tr>
<th>Сводные оценки</th>
<th>Осевая частота канала ( f_m ), Гц</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( t^*_{\text{ср}}, \text{ с} )</td>
<td>97</td>
</tr>
<tr>
<td>( t_0, \text{ с} )</td>
<td>122</td>
</tr>
<tr>
<td>( l, \text{ км} )</td>
<td>339</td>
</tr>
<tr>
<td>( \Lambda )</td>
<td>38</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Таблица 5

Таблица 6
значения $t_a^*$ на период волны $T = f_m^{-1}$; результат есть безразмерное «число рассеяния» $\Lambda_8$, равное числу длин волн $\lambda$ на длине рассеяния (свободного пробега) $l$. Значения $\Lambda_8$ также приведены в табл. 5, они физически допустимы. Конечно, трактовать эти значения как настоящие оценки нельзя, однако они полезны для контроля физической осмысленности нашей модели и могут служить для ориентировки.

Наконец, приведем средние оценки $t^*$ по трем методам (табл. 6). Они получены формальным геометрическим осреднением данных табл. 1, 3 и 4.

**Обсуждение результатов**

Расхождение оценок $t^*$ по способу 1 и способам 2 и 3 невелико и достигает 2 раз лишь для канала 25 Гц, для которого результаты вообще относительно малонадежны. Согласно в целом следует считать хорошим.

Близость оценок по способам 2 и 3 не является показательной. Как мы отмечали выше, практически во всех случаях мы использовали второе из уравнений (8), совпадающее с (11) при $t_{np} = t_{расс}$, поэтому встает вопрос, в какой мере независимыми оказываются оценки $t^*$ в ситуации, когда значения $Q$ получены подгонкой тех же самых формул. Мы не нашли хорошего решения этой проблемы. Следует, по-видимому, считать, что оценки $t^*$ вторым и третьим способом заметно коррелированы. С другой стороны, сама возможность хорошо подогнать кривой (36) асимптоту коды в интервале $u = 0,2\ldots3$ указывает на законность нашей исходной модели (7), теоретическое обоснование которой в этом интервале по существу отсутствует.

Сравнение величин $t^*$ и $t_0 = (2\pi f_m/Q)^{-1}$ позволяет оценить относительную роль поглощения и рассеяния под Камчаткой; видно, что они сопоставимы по эффекту.

Табл. 5 содержит также значение длины рассеяния $l = \alpha^{-1} = c t^*$ и безразмерного «числа рассеяния» $\Lambda = l/\lambda = t^* f_m$. Величина $\Lambda$ подобно добротности $Q$ характеризует интенсивность процесса рассеяния как такового и может быть полезна при сравнении результатов в различных полосах частот. (Аналогичная величина «прозрачность», равная в наших обозначениях $\Lambda/2\pi$, была предложена А. В. Николаевым [5]).

Следует заметить, что для среды с автомодельным спектром неоднородностей ($N(L) \sim L^{-4}$, $S(k) \sim k^2$, где $L$ — размер индивидуальной неоднородности, $k$ — волновое число) число рассеяния должно быть постоянным для любой частоты $f$ и отклонения от этого правила указывают на уклонения спектра неоднородностей от автомодельности. Мы видим, что $\Lambda$ относительно стабильно в диапазоне 0,3—1Гц, а далее растет с частотой примерно на порядок в диапазоне 1—30 Гц. Этот факт можно сопоставить с подобным же поведением спектра очагового излучения сильного землетрясения. Для рассматриваемых частот это излучение генерируется поверхностными неоднородностями сейсмогенеза разлома и оперирующими разрывами, и если спектр этих неоднородностей — автомодельный, ($N(L) \sim L^{-4}$, $S(k) \sim k^2$), спектр ускорений должен быть постоянной подобно $\Lambda$. Поведение спектров реальных акселерограмм не такое, они примерно плоские в диапазоне 0,5—3 Гц и имеют явный спад в диапазоне 3—30 Гц, не объясненный поглощением. Такая аналогия в поведении спектра неоднородностей в Земле, выявленных по двум столь различным типам исходных данных, представляется примечательной.

Результаты изучения антитипогенного рассеяния, по-видимому, подтверждают нашу исходную гипотезу о большей роли рассеяния на отражающих площадках. Оценки времени изотропизации $t_{0}$ близки к значениям $t^*$ для тех же каналов. Поскольку данные о $t^*$ и особенно о $t_{0}$ имеют низкую точность, мы не можем уверенно утверждать, что роль
собственно изотропного рассеяния мала; но можно уверенно полагать, что кратное анизотропное рассеяние вносит существенный вклад в наблюдаемую картину рассеяния.

Следует заметить, что наш статистический способ описания изменения формы короткопериодного сейсмического импульса с расстоянием имеет характер, дополнительный к описанию того же явления с помощью детального прослеживания лучей в многослойной среде. Можно полагать, что для характеристики горизонтально-неоднородных «блоковых» сред такое описание имеет определенные преимущества.

Сопоставление наших результатов с данными для других регионов СССР представляет большой интерес, однако из-за методических расхождений оно имеет смысл только в одном случае. Ю. Ф. Копничев [3] определил по близкой методике значения \( \alpha \) и \( l \) для коры в северной части Гармского района Таджикистана, его оценки \( l \) для \( j = 5 \) и 10 Гц составляют 100 и 50 км, что практически мало отличается от наших оценок для коры и верхней мантии Камчатки (147 и 91 км соответственно).

Вывод

1. Предложено использовать формулу диффузионного приближения для интенсивности рассеянных волн в области, промежуточной между борновским и диффузионным случаями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болдырев С. А. Спектры упругих волн от слабых землетрясений и оценка поглощения под Камчаткой.— В кн.: Сейсмичность, сейсмический прогноз, свойства верхней мантии и их связь с вулканизмом на Камчатке. Новосибирск: Наука, 1974, с. 200—213.
2. Гусев А. А., Лемзиков В. К. Предварительные результаты исследования вариаций формы огибающих кода-волн близких землетрясений перед Усть-Камчатским землетрясением 1971 г.— Вулканол. и сейсмол., 1980, № 6, с. 82—93.