

А.А.Гусев.

Приближенное стохастическое самоподобие огибающих высокочастотных телесейсмических Р-волн от сильных землетрясений

Сокращенный перевод статьи

A.A.Gusev Approximate Stochastic Self-Similarity of Envelopes of High-Frequency Teleseismic P-Waves from Large Earthquakes . //Pure Appl. Geophys. 167(2010), pp 1343-1363 [pdf >>](#)

Составил И.Р. Абубакиров

Постановка задачи

Телесейсмические *P*-волны от сильных землетрясений в высокочастотном (ВЧ) диапазоне (на частотах выше угловой частоты источника, как правило, выше 0.3–0.5 Гц) могут нести важную информацию, касающуюся свойств распространяющего разрыва в очаге землетрясения.

Одной из простых характеристик высокочастотного излучения очага является его корреляционная структура. Сама по себе корреляционная функция высокочастотного сигнала не является очень информативной, напоминая корреляционную функцию ограниченного по полосе белого шума. Корреляционная структура сигнала мгновенной высокочастотной мощности, часто представляемая в виде огибающей волновых форм, является более многообещающим объектом исследования. Короткопериодные телесейсмические записи *P*-волн от сильных землетрясений выглядят как серии замираний и всплесков, и можно предположить, что они имеют самоподобную, или, другими словами фрактальную структуру [3.3]. Эта идея и тестируется в дальнейшем. Простая сама по себе, она является новой.

Для обнаружения возможного самоподобия функции, которая выглядит как случайная, обычно используются два стандартных подхода: конструирование вариограмм во временной области и/или оценивание спектра мощности (PSD) в частотной области [3.3]. При наличии самоподобия обе этих функции должны описываться степенным законом. Оба способа анализа должны давать сопоставимые оценки показателя Херста H , который является основным параметром, описывающим самоподобный сигнал. Что касается использованных нами модифицированных вариограмм, то их наклон в двойном логарифмическом масштабе есть в точности $2H-1$. Для самоподобного стационарного случайного сигнала с положительной корреляцией, PSD ведет себя как $1/f^\alpha$, где показатель $\alpha=2H-1$ находится в диапазоне 0–1 (H в диапазоне $H=0.5-1$). Когда α находится вблизи 1, сигналы называются фликкер-шумом (“розовым” шумом). Наша цель – показать, что положительный фликкер-

шум может быть хорошим представлением для сигнала мгновенной мощности сейсмических волн от сильных землетрясений.

Затухание на высоких частотах и длительность разрыва в очаге на низких частотах определяют довольно ограниченный частотный диапазон для анализа самоподобия. Даже для относительно продолжительных сигналов от сильных землетрясений, оценки H и α по одиночной записи показывают значительный разброс, и для получения устойчивого результата необходимо применять усреднение.

Исходные данные и методика их обработки

Для изучения корреляционная структура сигналов мгновенной высокочастотной мощности телесеизмических P -волн были использованы 9 недавних сильных землетрясений с моментными магнитудами в диапазоне от 7.6 до 9.2 (табл. 1). Пять событий являются субдукционными, 3 – коровыми землетрясениями, одно – из зоны внешнего поднятия островной дуги.

Таблица 1. Обработанные землетрясения и параметры, имеющие отношение к обработке их данных.

Дата (гггг.мм.дд)	M_W	Регион (район) / тип	N_{sta}/N_{trace}	T_{win}
1997.12.05	7.9	Камчатка (п-ов Кроноцкий) / Ко	20/78	58 ± 13
1998.03.25	8.2	Антарктика (острова Баллени) / Ко	10/26	112 ± 30
2002.11.03	8.4	Аляска (Денали) / Ко	17/68	97 ± 24
2003.09.25	8.2	Япония (Хоккайдо) / Су	22/93	58 ± 22
2004.12.26	9.2	Индонезия (Суматра) / Су	38/167	29 ± 57
2005.03.28	8.7	Индонезия (Ниас) / Су	25/117	74 ± 22
2006.04.20	7.6	Корякия (Олюторский район) / Ко	57/212	36 ± 8
2006.11.15	8.1	Курилы (Симушир) / Су	16/76	84 ± 13
2007.01.13	8.2	Курилы (Симушир) / ВП	17/87	64 ± 16

Примечание: M_W – моментная магнитуда; N_{sta} , N_{trace} – число использованных станций и трасс, соответственно; T_{win} – среднее значение и стандартное отклонение длительности временного окна данных, использованного при обработке (пояснения см. ниже в тексте). Тектонический тип землетрясения закодирован следующим образом: Ко – коровое. Су – субдукционное; ВП – внешнее поднятие, сброс.

В качестве исходных данных для анализа использованы записи P -волн на расстояниях 20° - 100° , зарегистрированные каналами ВНЗ станций глобальной сейсмической сети. Исходные записи скорости корректировались за регистрирующий прибор, затухание

(приблизительно), и преобразовывались в ускорения. Результирующий сигнал пропусклся через гребенку из 6 полосовых фильтров, в совокупности перекрывающих частотный диапазон 0.5-6.5 Гц. Каждый фильтр имел ширину $\Delta f = 1.0$ Гц на уровне -3 дБ, а центральные частоты фильтров равнялись 1, 2, ..., 6 Гц. Выходные сигналы фильтров использовались на первом этапе для проверки качества записи и отношения сигнал/шум. Если запись принималась, начинался собственно анализ, первым важным шагом которого является выбор рабочего временного окна.

Для выбора этого окна использована следующая процедура. На первом шаге интерактивно выбирается предварительное широкое окно, начало которого совпадает с моментом первого вступления, а конец находится в глубине участка коды. Это временное окно затем автоматически сужается: его границы устанавливаются между 5% и 85% значениями интеграла от сигнала мгновенной мощности, вычисленного в пределах временного окна, определенного на первом шаге [2, 4]. В результате низкоамплитудная начальная часть сигнала и кода эффективно подавляются. Кроме того, перед вступлением P -волн выбиралось временное окно сопоставимой длины и оценивалась усредненное по времени значение мощности шума.

Далее выбранные сегменты сейсмических сигналов конвертировались в сигналы мгновенной мощности, взятые как квадрат модуля аналитического сигнала. Затем, после вычитания среднего значения мощности шума, сигналы сглаживались и прореживались с большим временным шагом $dt = 1/\Delta f = 1$ с, давая в результате приблизительно независимые отсчеты мгновенной мощности $X(t)$.

Далее вычислялись кумулятивные суммы $Y(t)$ сглаженных и прореженных сигналов мгновенной мощности $X(t)$, которые обрабатывались в соответствии с формулой:

$$MV(\Delta t) = (1/\Delta t) \left\langle (Y(t + \Delta t) - Y(t))^2 \right\rangle, \quad (1)$$

где угловые скобки обозначают усреднение, Δt – временной лаг, принимающий возможные значения $dt, 2dt, 3dt$ и т.д. Модифицированная эмпирическая вариограмма, заданная формулой (1), рисовалась в двойном логарифмическом масштабе для визуальной проверки наличия (или отсутствия) линейного тренда. Затем с использованием линейной регрессии оценивался наклон $2H_V - 1$ в соотношении:

$$\log MV(\Delta t) = (2H_V - 1) \log(\Delta t) + b, \quad (2)$$

где H_V – вариограммная оценка показателя Херста H , который является основным параметром при изучении самоподобия. Для базового случая белого шума $2H=1$, поэтому наличие наклона эмпирической модифицированной вариограммы означает, что $H \neq 0.5$.

Параллельно проводился анализ в частотной области. Для самоподобного сигнала можно ожидать степенного поведения его спектральной плотности мощности $PSD(f)$:

$$PSD(f) \propto f^{-\alpha}. \quad (3)$$

Для численной оценки α можно оценить $PSD(f)$ используя преобразование Фурье. Дальнейшая обработка подобна той, которая применяется к модифицированным вариограммам: используя линейную регрессию для $\log(PSD(f))$ как функции $\log(f)$ получаем оценку α , затем находим спектральную оценку H_P показателя Херста H как $H_P = (\alpha + 1)/2$. В реальных вычислениях использовался спектр квадратов амплитуд; он пропорционален оценке $PSD(f)$.

Средние и индивидуальные оценки H и компоненты их дисперсии

Описанная выше процедура обработки была применена к 239 широкополосным записям, которые были сочтены пригодными для обработки. Для каждого события были получены оценки H_V и H_P , как по индивидуальным, так и по усредненным вариограммам и графикам PSD . В табл. 2 приведены численные оценки H_V и H_P вместе с их разбросом для индивидуальных событий. Анализ табл. 2 показывает следующее:

1. Все оценки H для отдельных событий, полученные усреднением оценок по индивидуальным трассам и полосам частот определено выше 0.5, что указывает на самоподобие высокочастотных огибающих телесеismicических P -волн от сильных землетрясений. Оценки H_V существенно ниже оценок H_P ; среднее расхождение в оценках этих двух типов составляет порядка 0.15.
2. Оценки H_V обладают большей численной устойчивостью, чем оценки H_P , несмотря на более узкую базу. Тем не менее, лишь оценки H_P следует рассматривать как окончательные, т.к. они покрывают существенно (\approx в три раза) более широкую логарифмическую базу по сравнению с оценками H_V .
3. Оценки H_P для индивидуальных событий лежат в диапазоне 0.73 – 0.90, каждая со среднеквадратической ошибкой порядка 0.02.
4. Усредненная по событиям оценка H равна 0.83 со среднеквадратической ошибкой около 0.02.
5. Существенными параметрами разброса оценок H являются: (а) ошибка одиночного наблюдения для определенной станции и определенной частотной полосы составляет около 0.2; (б) флуктуации для отдельных событий со среднеквадратическим отклонением около 0.04 – 0.05.

Проверка очаговой природы фрактального поведения высокочастотных огибающих телесеismicческих P -волн

Результаты, приведенные выше, показывают, что поведение высокочастотных огибающих телесеismicческих волн P -волн от сильных землетрясений, характеризующееся наличием всплесков и замираний, является реальным явлением с приближенно самоподобными свойствами, и что это явление нельзя объяснить флуктуациями сигнала, представляющего собой “белый шум”. Разумно приписать причину такого поведения временной функции источника, а не эффектам трассы распространения.

Для прояснения ситуации были изучены очаговые временные функции высокочастотной мощности. Анализировались данные для двух событий: событие 26.12.2004г., изученное Гусевым с соавторами [1] и событие 28.03.2005г.

Процедура обработки, описанная выше, теперь применялась к временным функциям источника, полученным в результате подавления эффектов трассы распространения (деконволюции) с использованием эмпирических функций Грина. Отличие заключалось лишь в том, что границы временного окна совмещались с достаточно хорошо определенными моментами начала и конца очагового импульса. Деконволюция (обратная фильтрация) эффектов распространения применялась к квадрату модуля аналитического сигнала профильтрованных сигналов P -волн, усредненных по 10-секундному окну (для события 28.03.2005 усреднение проводилось по 5-секундному окну). Было использовано 4 полосы частот, а именно, 0.4-1.2, 1.2- 2.0, 2- 3 и 3- 4 Гц. В качестве эмпирических функций Грина для землетрясений 26.12.2004г. и 28.03.2005г. использовались записи афтершока 26.02.2005г. (12:59) землетрясения 26.12.2004г. (эпицентральные области обоих толчков расположены рядом). Результаты обработки события 26.12.2006г. (последняя строка таблицы 2) качественно схожи и количественно сопоставимы с результатами анализа того же самого события с использованием исходных волновых форм. Для события 28.03.2005г. с очаговой длительностью около 85с, логарифмические диапазоны частот и, особенно, временных лагов являются очень узкими. В результате, не удалось получить оценки H_V . Оценки H_P являются зашумленными, но их численные значения составляют около 0.95 – 1.0, что подтверждает наше предположение о том, что $H > 0.5$.

Таблица 2. Оценки параметра Херста H для девяти землетрясений, усредненные по шести полосам частот.

N	Дата	M_W	H_V [ин] ± σ [ин] ^а	H_V [ср] ± σ [ср] ^б	H_P [ин] ± σ [ин] ^в	H_P [ср] ± σ [ср] ^г
1	1997.12.05	7.9	0.64 ± 0.12	0.66 ± 0.05	0.80 ± 0.25	0.77 ± 0.10
2	1998.03.25	8.2	0.75 ± 0.07	0.76 ± 0.02	0.90 ± 0.14	0.93 ± 0.03
3	2002.11.03	8.4	0.71 ± 0.10	0.71 ± 0.03	0.84 ± 0.14	0.83 ± 0.05
4	2003.09.25	8.2	0.65 ± 0.14	0.68 ± 0.03	0.87 ± 0.20	0.86 ± 0.05
5	2004.12.26	9.2	0.75 ± 0.08	0.78 ± 0.01	0.83 ± 0.09	0.82 ± 0.02
6	2005.03.28	8.7	0.65 ± 0.13	0.68 ± 0.03	0.82 ± 0.19	0.80 ± 0.07
7	2006.04.20	7.6	0.56 ± 0.15	0.60 ± 0.02	0.73 ± 0.30	0.74 ± 0.08
8	2006.11.15	8.1	0.66 ± 0.09	0.70 ± 0.01	0.86 ± 0.16	0.83 ± 0.03
9	2007.01.13	8.2	0.63 ± 0.13	0.65 ± 0.01	0.81 ± 0.23	0.79 ± 0.04
10	Среднее		0.67...0.11	0.69...0.025	0.83...0.19	0.82...0.058
11	Ст. укл.		0.060	0.054	0.036	0.056
12	Ошибка 1		0.012	0.011	0.020	0.026
13	Ошибка 2		0.021	0.019	0.013	0.020
14	2004.12.26 ^д	9.2	0.64 ± 0.13	0.69 ± 0.07	0.89 ± 0.21	0.86 ± 0.16
15	2005.03.28 ^д	8.7	–	–	0.99 ± 0.31	0.93 ± 0.30

Примечания:

^а Оценки H_V , усредненные по всем индивидуальным трассам и по всем фильтрованным трассам, каждая вместе с их стандартными отклонениями σ .

^б Оценки H_V , усредненные по шести индивидуальным оценкам для 6 частотных полос, каждая из которых вычислялась по усредненным вариограммам для отдельной полосы частот. Оценки H_V приведены вместе с их стандартными отклонениями σ , рассчитанными по 6 индивидуальным оценкам.

^в Оценки H_P , соответствующие оценкам H_V примечания ^а.

^г Оценки H_P , соответствующие оценкам H_V примечания ^б.

^д Строки 14 и 15 аналогичны строкам 1 – 9, но дают результаты, полученные для реконструированных очаговых временных функций высокочастотной мощности по другим набору частотных полос (пояснения см. в основном тексте). Оценки H_V для очаговых сигналов высокочастотной мощности получить не удалось из-за слишком узкой логарифмической базы для оценки наклона вариограмм.

Оценки H и их стандартных отклонений каждого типа далее усреднялись по событиям, давая в результате “средние” значения, приведенные в строке 10 “Среднее”. Разброс между оценками по отдельным событиям, выявленный при таком усреднении приведен в строке 11 “Ст. укл.”.

Формальная точность оценок H обоих типов для одиночного события в строках 1-9 может быть получена следующим образом:

- (1) для оценок помеченных как индивидуальные (“ин”) – путем деления величины стандартного отклонения σ , приведенного в каждой из строк на квадратный корень из N_{trace} ;
- (2) для оценок, помеченных как средние (“ср”) формальная точность оценивается схожим образом – путем деления σ на $6^{0.5}$.

Средняя точность для одиночного индивидуального события приведена в строке 12 “Ошибка 1”.

Для глобальных средних, приведенных в строке 10, точность может быть найдена путем деления значений σ , приведенных в строке 11, на $9^{0.5}$; результаты приведены в строке 13 “Ошибка 2”.

Подводя итоги раздела, мы можем отметить, что после компенсации эффектов пути распространения, фрактальное поведение временных функций полностью сохраняется во всех анализируемых случаях, давая основательную поддержку нашей идее о том, что фрактальное поведение является особенностью сигнала, излученного очагом.

Выводы

1. Анализ вариограмм и спектров мощности огибающих высокочастотных телесейсмических P -волн от девяти сильных ($M_W = 7.6 - 9.2$) землетрясений, проведенный параллельно в шести неперекрывающихся частотных полосах, что временные функции огибающих, которые демонстрируют наличие всплесков и перемежаемость, приближенно являются самоподобными, что отражается в приближенно степенной форме вариограмм и спектров. Соответствующие оценки показателя Херста H в основном лежат в диапазоне $0.6 - 0.9$. Ясной частотой зависимости оценок H не обнаружено.
2. Наиболее надежная усредненная оценка H , полученная по спектрам, составляет 0.83 . Межсобытийное стандартное отклонение оценок H составляет около 0.05 , отражая, вероятно, слабые вариации H для отдельных землетрясений.
3. Развитый подход применен также с очаговым импульсом высокочастотной мощности, полученных в результате деконволюции для мега-землетрясения 26.12.2004г. Как для вариограмм, так и для спектров, сохраняется степенное поведение описанного типа. Это свидетельствует о том, что наблюдаемое приближенное самоподобие телесейсмических P -волн имеет очаговую природу и не обусловлено трассой распространения.
4. Можно полагать, что приближенно самоподобная корреляционная структура временных функций мгновенной мощности высокочастотных волн отражает аналогичные свойства распространяющегося разрыва в очаге землетрясения. Это дает основание предполагать, что процесс разрыва в очаге землетрясения является многомасштабным с фрактальными свойствами.
5. При практическом приближенном моделировании волновых форм высокочастотных волн, они могут быть представлены как произведение трех временных функций: стационарный окрашенный шум с подходящей формой спектра; стационарная ("перемежаемо-стационарная") случайная самоподобная функция огибающей; прямоугольное и другое простое окно для формирования сигнала подходящей длительности.
6. Приближенное самоподобие огибающих высокочастотных волн является их важным феноменологическим свойством. Это свойство можно использовать для проверки того,

насколько реалистичными являются модельные временные функции очага, используемые для синтеза движений грунта в целях инженерной сейсмологии.

Заключение

Проведено систематическое изучение стохастической структуры огибающих записей сильных ($M > 7.6$) курило-камчатских и других субдукционных землетрясений методом вариограмм и спектров мощности, и получены надежные оценки показателя Херста для диапазона частот 0.5-6.5 Гц. Изучались огибающие записей *P*-волн, зарегистрированных в телесеismicкой зоне (вдали от очага) для девяти землетрясений с моментными магнитудами 7.6-9.2. Анализ структуры сигнала проводился параллельно в 6 частотных полосах шириной 1 Гц, перекрывающих изучаемый диапазон частот 0.5-6.5 Гц. Обнаружено, что вариограммы выглядят приблизительно линейными в билогарифмическом масштабе, что указывает на самоподобную (фрактальную) корреляционную структуру сигнала; средний наклон графиков дает оценки параметра Херста $H = 0.56-0.75$. Спектры мощности огибающих также линейны в билогарифмическом масштабе, и приводят к другому набору оценок $H = 0.73-0.9$. Оценки H в частотной и временной области вполне сопоставимы; при этом оценки показателя Херста оказались устойчивыми от записи к записи и от события к событию. Результат важен для физики очага землетрясения, так как вывод о самоподобной (фрактальной) организации сигнала в приемнике может быть перенесен и на пространственно-временную структуру очага-излучателя; эта структура для реальных очагов явно имеет многомасштабный характер. Полученный результат также важен непосредственно для развития методик моделирования сильных движений грунта, позволяя существенно улучшить реалистичность и качество такого моделирования.

Gusev A.A., Guseva E.M., Panza G.F. Size and duration of the high-frequency radiator in the source of the 2004 December 26 Sumatra earthquake // *Geophys. J. Int.* 2007. V. 170. P. 1119–1128.

Lomax A. Rapid estimation of rupture extent for large earthquakes: application to the 2004, M9 Sumatra-Andaman mega-thrust // *Geophys. Res. Lett.* 2005. V. 32, L10314.
doi:10.1029/2005GL022437.

Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York W.H. Freeman. 1982. 468 pp.

Trifunac M.D., Brady A.G. A study on the duration of strong earthquake ground motion // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975. V. 65, P. 581–626.

Иллюстрации

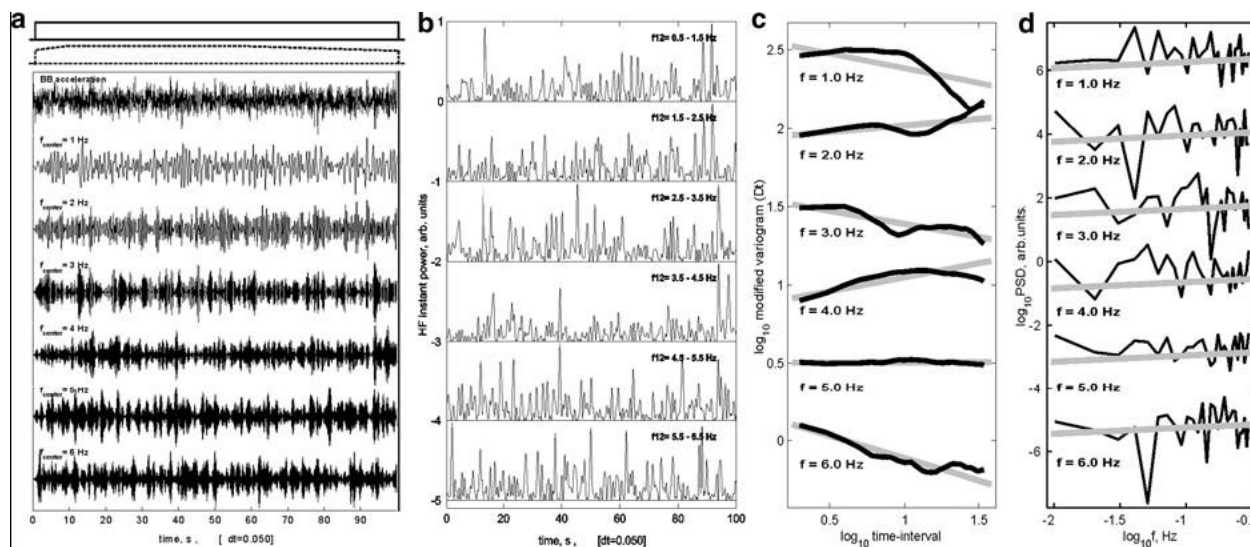


Рис 1. Применение процедуры обработки к одиночной реализации дискретного модельного широкополосного белого шума с шагом 0.05с и длительностью 102.4 с. а – белый шум: исходный (вверху) и после полосовых фильтров. б – квадрат фильтрованного сигнала. в - модифицированные вариограммы и оценка их линейного тренда, билогарифмическая шкала. д – графики спектров мощности и их оценки трендов. В а, видны два варианта модулирующей функции: прямоугольное окно (модуляция отсутствует, использовано далее) и слегка заглаженное окно, которое использовали для анализа возможных искажений за счет нестационарности реального сигнала

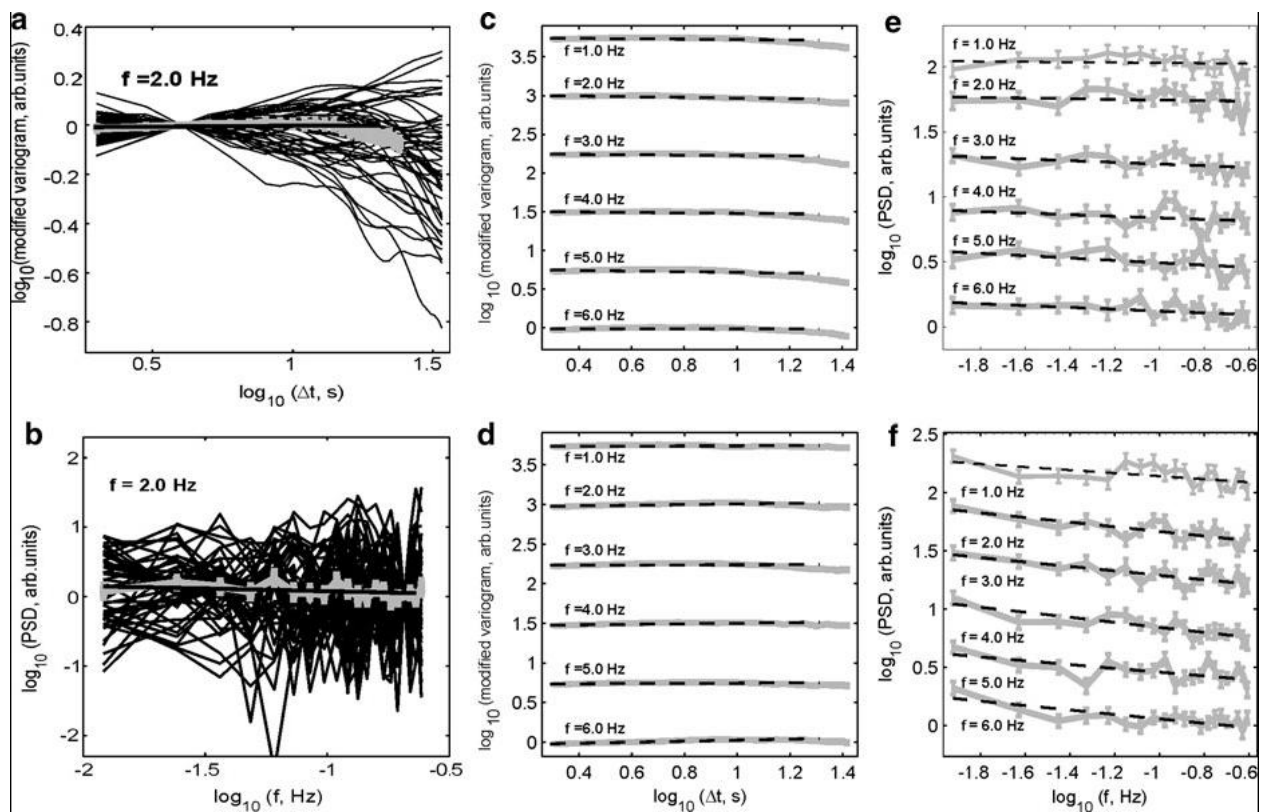


Рис 2. Средние вариограммы и спектры мощности полученные по серии модельных трасс того же рода, что и на рис. 1. А – 50 реализаций модифицированных вариограмм для огибающих полосы 2 Гц (тонкие линии), их среднее (серая жирная линия) и ее линейная аппроксимация (прямая). б- 50 графиков спектра мощности в том же формате. с – вариограммы для 6 полос, осредненные по 100 реализациям, и их линейная аппроксимация (штриховая линия). d – как в с, но для модулированного шума (вторая огибающая рис 1 а). е – средние спектры мощности для тех же реализаций, что использованы в с. f – средние спектры мощности для 100 реализаций модулированного шума. На графиках а и б, каждая вариограмма и спектр нормированы к своему значению при фиксированном лаге или частоте, поэтому имеют вид пучка. В случаях с, d, е и f, результаты для разных полос качественно идентичны, как и следует ожидать. Для стационарного случая, средние вариограммы и спектры близки к постоянной. То же видно для вариограмм в нестационарном случае, в то время как спектры слегка искажены за счет нестационарности: заметен спад и прогиб.

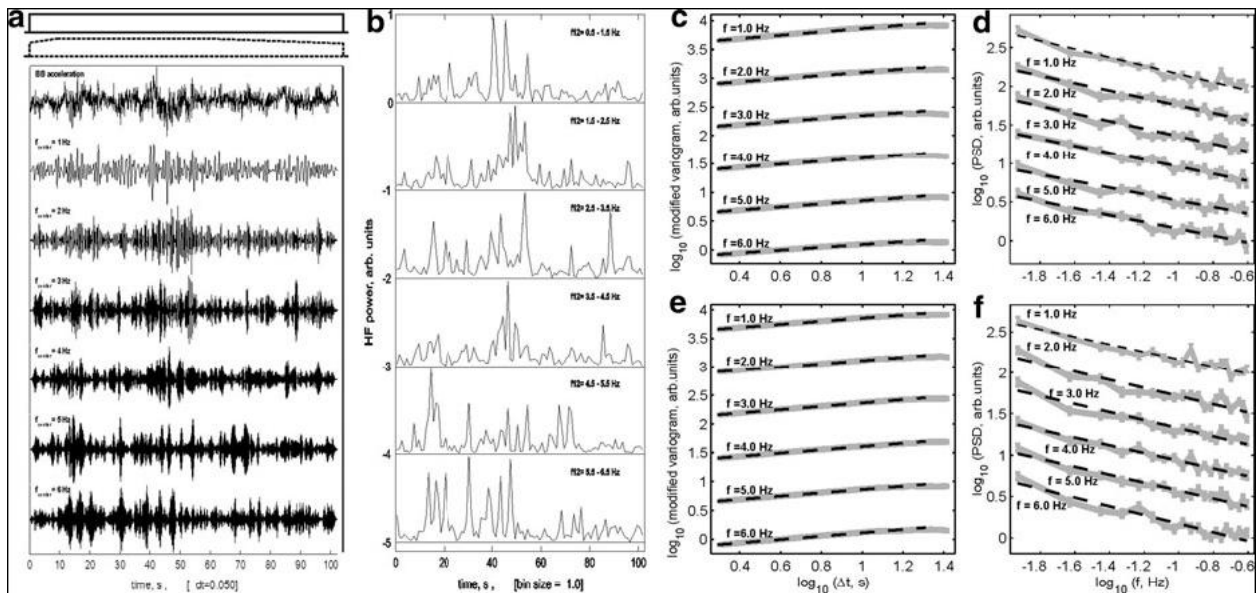


Рис 3. Примеры обработки фрактального шума: реализация, ее мгновенная мощность, а также средние вариограммы и спектры по 200 модельным реализациям. а - аналог рис 1а. б- аналог рис. 1б. с, d – аналоги рис 2с,е (стационарный случай). е, f – аналоги рис 2д,ф (случай слабой нестационарности). Видны наклоны графиков вариограмм и спектров, а также небольшая вогнутость спектров; график d говорит, что эта вогнутость – внутреннее свойство сигнала, а не артефакт анализа.

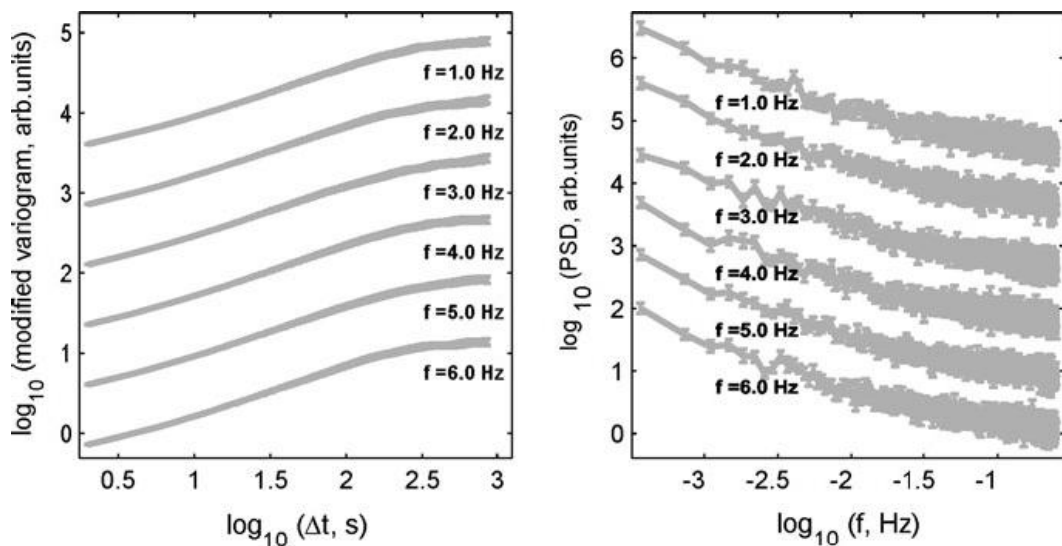


Рис.4. Аналог рис 3с, d для временного окна длительностью 6464 с, осреднение по 100 реализациям. Вогнутость ясно видна в спектрах, но теперь заметна и в вариограммах.

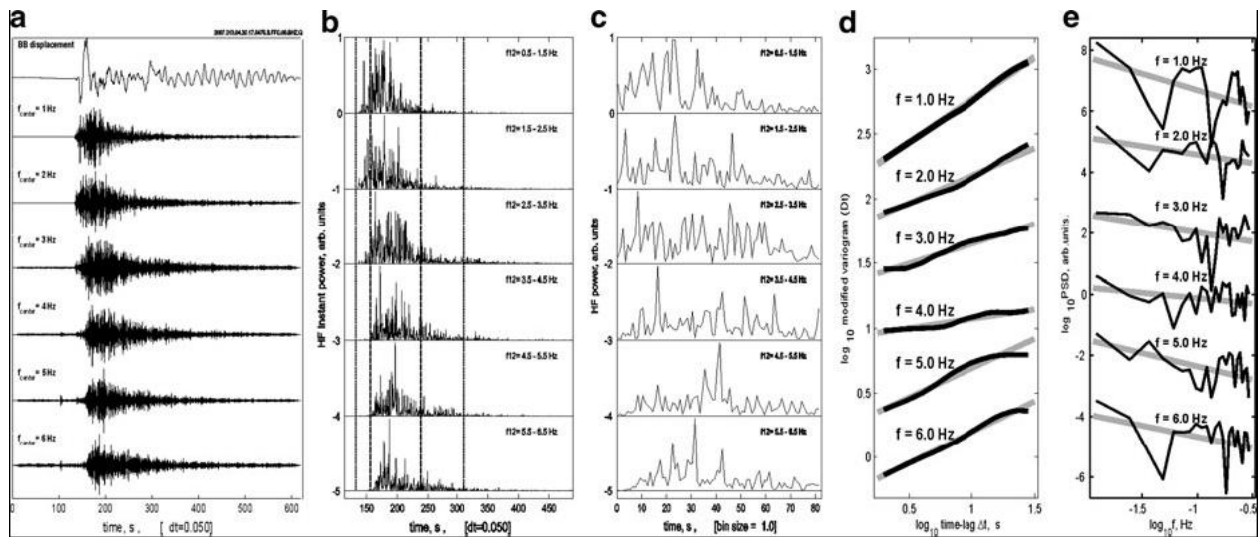


Рис. 5 Анализ записи Симуширского землетрясения (2007.01.13, $M = 8.2$) на канале VNZ ст. FFC. а – ШП сигнал смещения и шесть трасс фильтрованной скорости Р-волн. б – мгновенная мощность. с – то же, в пределах более узкого окна анализа, видного на б. д – модифицированные вариограммы и е – спектры указанного окна. Серые линии - линейная аппроксимация, их наклон дает оценку параметра Херста H .

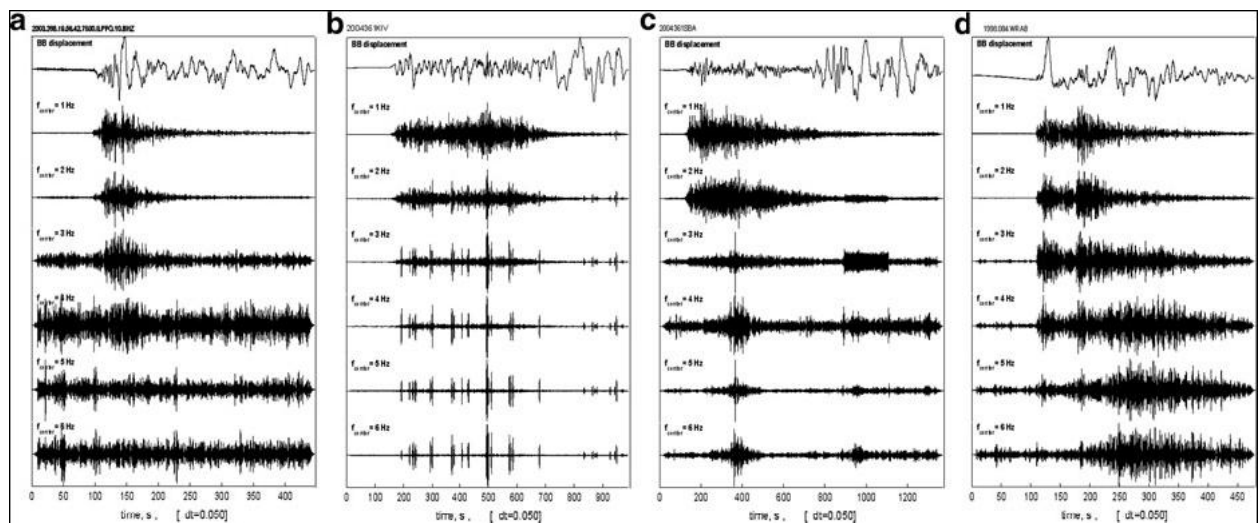


Рис.6. Примеры отбравованных трасс и записей. а – записи 2003.09.25 на PFO; все трассы кроме верхних двух имеют высокий уровень микросейсм. б, с – искажения неясной природы. д- наложение Т-фазы на Р-волну.

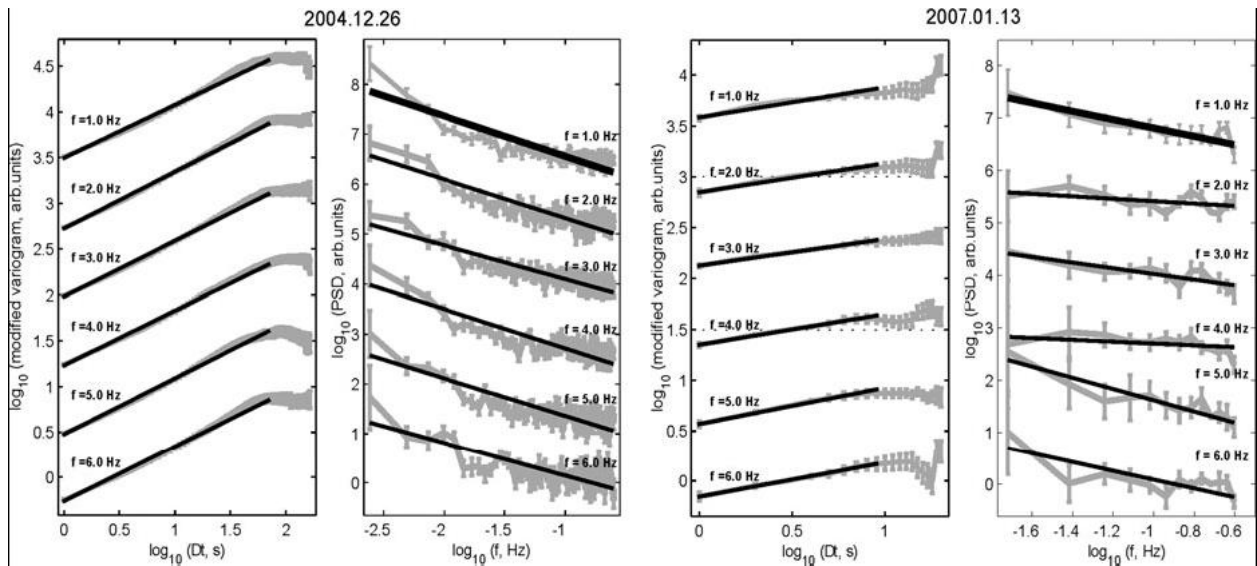


Рис 7. Средние модифицированные вариограммы и спектры для событий 2004.12.26 и 2007.01.13, для шести полос частот. Заметна вогнутость кривых

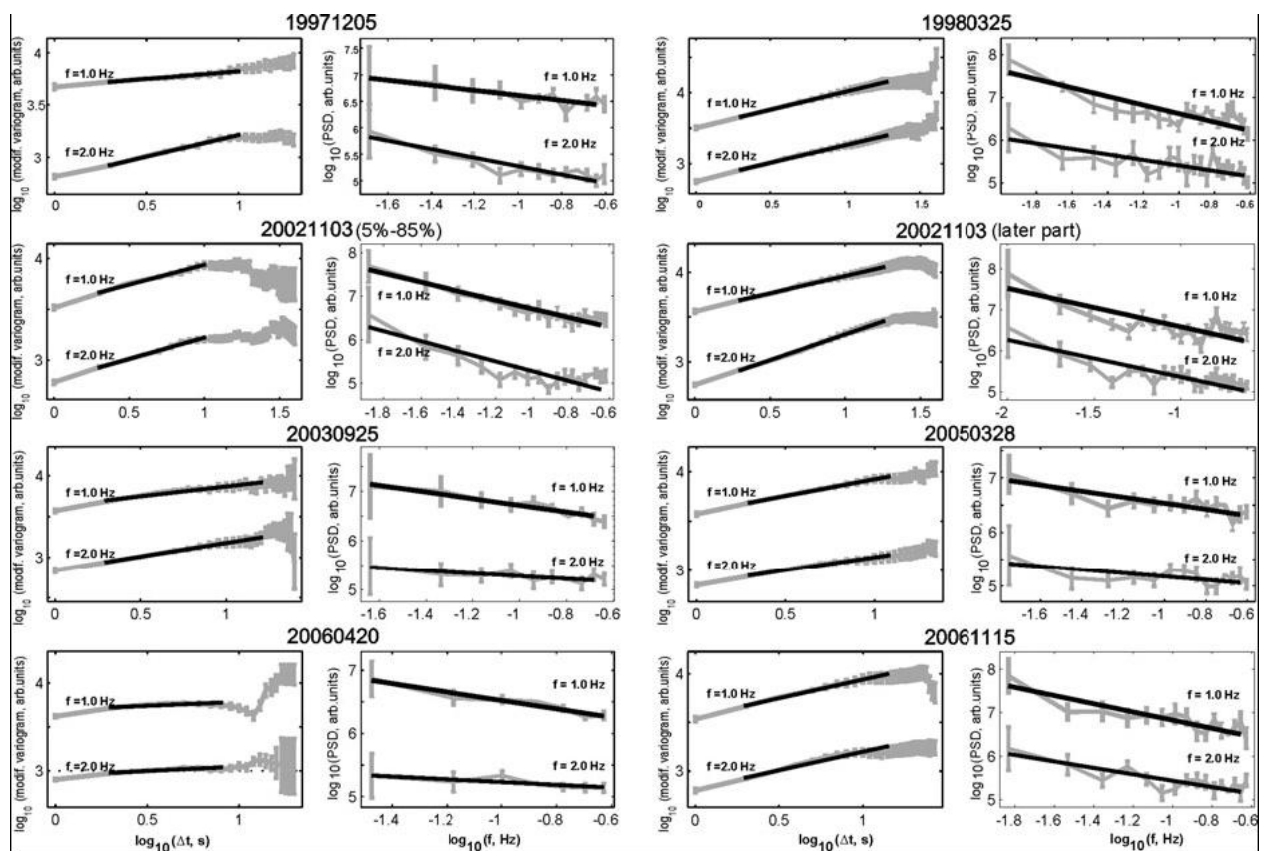


Рис 8. Осредненные модифицированные вариограммы и спектры для остальных семи событий, для полос 1 и 2 Гц.

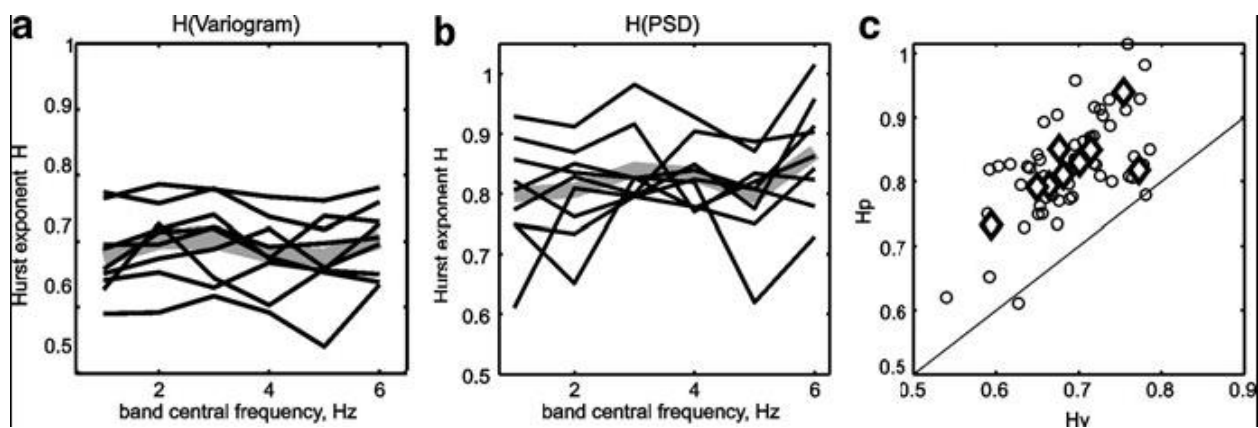


Рис. 9. Зависимость от частоты оценок параметра Херста H полученных из модифицированных вариограмм (а) и из спектров (б). с – сопоставление таких оценок друг с другом, по индивидуальным полосам (кружки) и осредненных по событиям (ромбы). Заметная линейная корреляция говорит о реальности небольших различий параметра H между событиями.