УДК 517.958 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА РАДОНА В ЕСТЕСТВЕННЫХ СРЕДАХ

Паровик Р.И.¹, Шевцов Б.М.¹, Фирстов П.П.²

¹ Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, Камчатский край, с. Паратунка, romano84@mail.ru ² Камчатский филиал Геофизической службы РАН, г. Петропавловск-Камчатский,

firstov@emsd.ru

Введение

С 1999 г. на Петропавловск - Камчатском геодинамическом полигоне (рис. 1), расположенном на побережье Авачинского залива, работает сеть пунктов мониторинга подпочвенного радона (²²²Rn) Камчатского филиала Геофизической службы РАН с целью поиска предвестников сильных землетрясений Южной Камчатки. Регистрация концентрации радона в почвенном воздухе ведется в зоне аэрации на двух глубинах с помощью газоразрядных счетчиков по β – излучению. Как показал опыт многолетних наблюдений в динамике радона наблюдаются предвестниковые аномалии перед сильными землетрясениями Южной Камчатки, амплитуда которых составляет на более 30% от фона [13]. Для выявления таких предвестниковых аномалий в поле подпочвенного радона, как правило, строят его математическую модель. Например, в работе [16] на основе стационарной математической модели переноса радона показано, что в неоднородной слоистой среде при увеличении скорости адвекции радона (v) значение поровой объемной активности радона (OA Rn) увеличиваться пропорционально, в то время как плотность потока радона (ППР) увеличивается по квадратичной зависимости. В однородной среде при увеличении v на порядок, ППР увеличивается также на порядок, а ОА Rn растет незначительно. Теоретические оценки были полтверждены экспериментально в работе [14]. где показано, что динамические характеристики OA Rn в почвенном воздухе менее чувствительны к изменениям напряженно деформированного состояния геосреды на Камчатке по сравнению с ППР.

Однако геосреда в «реальных» условиях имеет сложную структуру и обладает фрактальными свойствами, которые обусловлены степенным распределением по размерам с некоторым дробным показателем пор и трещин. Причем фрактальность среды сохраняется на различных пространственных масштабах. В среде с фрактальными свойствами процессы миграции Rn подчиняются другим законам и протекают более интенсивно, чем аналогичные процессы в однородных средах, поэтому появляется необходимость математического описания процессов переноса Rn в среде с фрактальными свойствами. В данной работе приведены результаты математического моделирования переноса радона, как в однородных, так и фрактальных средах и проведено их сопоставление с экспериментальными данными.

Модель переноса радона в однородной пористой среде

В работах [2, 3, 4] построены математические модели переноса радона в однородной пористой среде, которые составляют основу эманационного метода [1]. Рассмотрим следующую математическую модель в области $-\infty < z \le 0$, t > 0:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial t} - D_G \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial z^2} + v \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \lambda A(z,t) - \lambda A_{\infty} = 0, \tag{1}$$

$$A(z,0) = A_{\infty}, \ q(t) = -D_G \eta \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} \bigg|_{z=0} + v \eta A(0,t), \ A(z_i,t_j) = A^{obs}.$$

Здесь: A(z,t) – ОА Rn на единицу объема порового воздуха, Бк/м³; A_{∞} - установившаяся поровая ОА Rn на заданной глубине, Бк/м³; $A(z_i, t_j) = A^{\text{obs}}$ – измеренная поровая ОА Rn на *i*-ой глубине в *j*-моменты времени, Бк/м³; q(t) - плотность потока радона, которую требуется оценить, Бк/(м²·c); η - пористость грунта, от. ед.; D_G – коэффициент диффузии радона в грунте, м²/c; λ - постоянная распада радона, с⁻¹; v – скорость адвекции радона в грунте, м/с. Решение модели (1), в которой неизвестными величинами являются A(z,t) и q(t) ранее не рассматривалось.

Так как начального условия при t = 0 не задано, то задача (1) является некорректно поставленной обратной задачей для восстановления ППР по измеренным данным временных рядов OA Rn, полученных на разных глубинах. Методика оценки ППР описана в работах [5 - 8] и реализована в компьютерной программе «РЭКСЭМ» [9].

Математическая модель переноса радона во фрактальной среде

Рассмотрим модельное уравнение переноса радона в грунте с фрактальными свойствами. Уравнения на фракталах, как правило, описываются производными дробного порядка и называются нелокальными. В стационарном виде это уравнение можно записать так:

$$D_{\alpha}d_{0z}^{\alpha}C(z) - \lambda (C(z) - C_{\infty}) = 0$$
⁽²⁾

с начальными нелокальными условиями: $\lim_{z\to 0} d_{0z}^{\alpha-1}C(z) = C_1$, $\lim_{z\to 0} d_{0z}^{\alpha-2}C(z) = C_2$ и внешним краевым условием: $C(z) \to C_{\infty}$, $z \to \infty$. Решение задачи (2) можно записать в терминах функции типа Миттаг-Леффлера: $C(z) = C_{\infty} \left[1 + (\lambda/D_{\alpha})^{1-1/\alpha} z^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha} (\lambda z^{\alpha}/D_{\alpha}) - E_{\alpha,1} (\lambda z^{\alpha}/D_{\alpha}) \right]$ Здесь d_{0z}^{α} – оператор Римана-Лиувилля производной дробного порядка α (1< α <2), который действует по следующему правилу: $d_{0z}^{\alpha}C(z) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{d^2}{dz^2} \int_0^z \frac{C(\xi)d\xi}{(z-\xi)^{\alpha-1}}, E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^k/\Gamma(\alpha k+\beta)$ – специальная функция типа Миттаг-

Леффлера, D_{α} - коэффициент дробной диффузии радона, м^{*α*}/с, α – дробный показатель степенного распределения пор по размерам, связанный с фрактальной размерностью грунта. Как показали расчеты в работе авторов [10] решение задачи (2) полностью совпадает с классическим решением при α =2 и описывает перенос радона в грунте с фрактальными свойствами, который происходит в режиме супердиффузии (1< α <2). Этот режим характерен для пористого грунта и является промежуточным между классическим диффузионным переносом (α =2) и адвективным переносом (α =1), который наблюдается в трещинах.

Результаты обработки экспериментальных данных

Программа «РЭКСЭМ» была апробирована на трех пунктах мониторинга ОА Rn, расположенных в различных геолого-тектонических структурах Петропавловск - Камчатского геодинамического полигона. Пункт «Левая Авача» (ЛВЧ) расположен в долине одноименной реки на речной террасе в элювиально-делювиальных отложениях в 200 м от русла реки. Регистрация ОА Rn осуществляется на глубинах один и два метра. Пункт «Голубая лагуна» (ГЛЛ) расположен в зоне Паратунского геотермального месторождения на речной террасе в элювиально-делювиальных отложениях долины реки Паратунка. Регистрация OA Rn осуществляется на тех же глубинах зоны аэрации, что и в пункте ЛВЧ. Пункт «Институт» (ИНС) в г. Петропавловске - Камчатском создан на базе скважины НИС-1 глубиной 350 м и расположен вблизи здания Института вулканологии и сейсмологии ДВО РАН. В этом пункте регистрация осуществляется на глубинах 0.1 и один метр от пола подземного бункера, расположенного над оголовком скважины НИС-1. С точки зрения геолого-тектонического положения, эта скважина расположена в пределах Петропавловского горста в районе погребенной депрессии, перекрытой толщей позднеплейстоценовых вулканогенных осадочных отложений. Скважина обсажена на всю глубину стальными трубами. Над оголовком скважины сооружен подземный бункер размером $2 \times 2 \times 2$ м³, над которым на поверхности земли установлен металлический контейнер. Расположение пунктов приведено на рис. 1 [14]. Средние значения ППР и v для всех пунктов, вычисленные с помощью программы «РЭКСЭМ», приведены в таблице.



Рис.1. Схема расположения пунктов мониторинга почвенного радона на Петропавловск – Камчатском геодинамическом полигоне. Пункты отмечены треугольниками; ЛВЧ – «Левая Авача», ГЛЛ – «Голубая лагуна», ИНС – «Институт». На врезке показано расположение полигона на полуострове Камчатка.

В работе [5] рассмотрена динамика ОА Rn с 20 июля по 30 августа 2006 г. в пункте ИНС. Перед землетрясением с магнитудой M = 6.2, произошедшим 24 августа у берегов южной Камчатки на удалении 190 км от пункта ГЛЛ, наблюдается аномалия, характеризующаяся возрастанием значений ОА Rn на поверхности грунта не более 22% от фона. В то же время расчетные значения ППР и v возрастают почти в полтора раза (ППР на 51%). Следует отметить, что используя суточные вариации атмосферного давления как зондирующий сигнал состояния грунта, был вычислен коэффициент проницаемости, который в этот период уменьшился почти в 4 раза от $2.7 \cdot 10^{-13}$ до $6 \cdot 10^{-14}$ м² [15]. Увеличение ППР при уменьшении коэффициента проницаемости свидетельствует в пользу того, что механизм массопереноса в рассматриваемый период не может быть описан в рамках классической диффузионно-конвективной модели [3]. Не исключено, что требуется рассматривать рыхлые отложения как пористую среду с фрактальными свойствами [10].



Рис. 2. *а* - динамика объемной активности радона в пункте ГЛЛ в зоне аэрации на глубинах 1 и 2 метра за период 01 апреля -08 июля 2002 г.; *б* – вычисленные плотность потока радона и скорость адвекции; *в* – динамика объемной активности радона в пункте ЛВЧ в зоне аэрации на глубинах один и два метра за период 20 июня - 3 сентября 2006 г.; *с* – вычисленные плотность потока радона и скорость адвекции.

На рис. 2*а* приведена динамика ОА Rn в период с 1 апреля по 8 июля 2002 г. в пункте ЛВЧ. Для этого пункта характерно то, что при сравнительно небольших скоростях адвекции значения ППР несколько выше, чем на других пунктах. На рис. 2*в* приведена динамика ОА Rn в пункте ЛВЧ за период июнь – сентябрь 2003, охватывающий период летнего половодья реки. В связи с таянием снега в горных районах водосбора, в этот период наблюдается половодье с резким подъемом воды и формированием суточного хода уровня. Для этого периода характерно уменьшение среднего значения ОА Rn c 4 до 1.5 кБк/м³, и появление четко выраженного суточного хода с размахом амплитуды ~ 0.5 кБк/м³. После окончания половодья значения ОА Rn возрастают до прежних величин, и суточный ход пропадает. Рассчитанные ППР и *v* для рассматриваемого периода на пункте ЛВЧ приведены на рис. 3*г*. В период половодья значение ППР имеет минимальные значения 0.6 мБк·м⁻²·c⁻¹, а *v* увеличивается почти в два раза, до 150 см/сут. Подъем уровня воды в реке и, соответственно, грунтовых вод в долине, приводит к двум взаимосвязанным процессам: замещению газов порового пространства грунта водой («выдавливание») и к сокращению эманирующего объема горных пород. Причем первый процесс увеличивает *v*, а второй ведет к уменьшению объема эманирующего пространства и, соответственно, ППР.

Пункт	Особенности расположения пункта и	Физико- литолог. св-ва грунтов			\overline{q}_{m} ,		$\overline{\mathcal{V}}$, см/сутки	
реги-	характеристика рыхлых отложений			Время реги-	мБк·м ⁻² ·с ⁻¹			
стра-				страции				-
ции		W%	N%		m	σ	m	σ
ЛВЧ	Терраса речной долины, 200 м от бере-	10.7	42.0	20.0630.08.	0.77	0.23	137.7	36.94
	га реки Левая Авача, элювиально-			2003 г.				
	делювиальные отложения							
ИНС	Вулканогенные отложения, вблизи	37.4	43.9	20.07 - 30.08.	0.26	0.08	98.22	26.20
	ствола скважины глубиной 300 м.			2006 г.				
ГЛЛ	Долина р. Паратунка, элювиально-	43.5	42.8	01.0430.06.	3.14	1.30	45.26	27.73
	делювиальные отложения			2002 г.				
		1						

Таблица. Характеристика пунктов регистрации и средние значения ППР и скорости адвекции.

Примечание: W – естественная влажность, N – пористость %, m – математическое ожидание, σ – среднеквадратичное отклонение. Наибольшее значение $\bar{q}_m = 3.14 \pm 1.3 \text{ мБк ·м}^{-2} \cdot \text{c}^{-1}$ наблюдается на пункте ГЛЛ при наименьшей скорости адвекции $\bar{v} = 45.26 \pm 27.73 \text{ см/сутки}$. Повышенные значения плотности потока авторам связывают с процессами дегазации геотермального резервуара, который можно рассматривать как генератор различных газов. В то же время литологические свойства рыхлых отложений в этой точке имеют определенную специфику, при пористости 42% влажность рыхлых отложений для этого пункта самая высокая и составляет 38.7%. По-видимому, высокая влажность уменьшает скорость адвекции. Наибольшая скорость адвекции отмечается в пункте ЛВЧ $\bar{v} = 137.7 \pm 36.94 \text{ см/сутки}$.

Следует отметить, что в Западной Сибири [16] ППР значительно выше ($q_m > 50 \text{ мБк} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{c}^{-1}$), чем на Петропавловск - Камчатском геодинамическом полигоне, что объясняется более низким кларковым содержанием радия в породах полуострова Камчатка.

В работе [12] приведены экспериментальные данные по регистрации радона на глубинах 0.8, 5.5, 9 и 11.5 м, показанные на рис. За (кривая 1), где форма кривой распределения ОА Rn по глубине объясняется тем, что, возможно, имеется наличие источников Rn в среде на пути миграции, или существует нелинейная диффузия. Отдается предпочтение второму объяснению.

Строились кривые изменения значений поровой активности радона с глубиной согласно модели (2), при допущении распределенного источника содержания радия. Семейство кривых с различными значениями параметра α и значением A_{∞} = 2.5 кБк/м³, близким к значению A_{∞} для экспериментальных данных, показано на рис. За, где кривая, проведенная через экспериментальные точки [12], заключена между кривыми с параметром α = 1.5–2. Наилучшее совпадение экспериментальной кривой с расчетными кривыми наблюдается при α = 1.6. Вглубь среды линии перегруппировываются в обратный порядок, с уменьшением α расчетные кривые затягиваются (тяжелые хвосты), а это означает, что длина диффузии увеличивается, и Rn легче проникает через грунт.

На рис. 36, приведено корреляционное поле между значениями поровой активности радона экспериментальной кривой и значениями расчетных кривых с $\alpha=2$ и $\alpha=1.6$, на котором видно, что экспериментальная кривая располагается ближе к кривой $\alpha=1.6$, по сравнению с кривой для обычной диффузии $\alpha = 2$, что свидетельствует о фрактальных свойствах грунта. Приведенные данные подтверждают, что явление супердиффузии для переноса Rn в грунте имеет место в реальных условиях. С целью получения более достоверных экспериментальных данных необходимо в районе Южной Камчатки организовать регистрацию поровой OA Rn в интервале глубин 0.1 – 10 м.



Рис. 3. Кривая распределения концентрации радона по глубине, проведенная через экспериментальные точки работы [12], и семейство расчетных кривых концентрации радона во фрактальной среде с $A_{\infty} = 2.5$ кБк/м³ в зависимости от параметра α (а): экспериментальная кривая (1), 2 (2), 1.8 (3), 1.6 (4), 1.4 (5), 1.2 (6), 1 (7). Корреляционное поле между значениями поровой активности радона экспериментальной кривой и значениями расчетных кривых с α=2 и α=1.6 (б).

Заключение

Предложенная методика позволяет вычислять ППР с поверхности в случае регистрации ОА Rn на разных глубинах зоны аэрации. Данный параметр характеризует процесс массопереноса радона в зависимости от физико-литологических свойств рыхлых отложений и скорости выделения эманаций в поровое пространство. Наибольшая скорость адвекции $\bar{v} = 137.7$ см/сутки характерна для пункта ЛВЧ, влажность рыхлых отложений для которого минимальна - 10.7%. Наибольшая плотность потока $\bar{q}_m = 3.14$ мБк·м⁻²·с⁻¹ наблюдается для пункта ГЛЛ, расположенного в районе геотермального

месторождения, в то время как на двух других пунктах ППР меньше в 5-10 раз. Случай увеличения значений ППР относительно фона на 51% перед сильным землетрясением с M = 6.2 позволяют рассматривать эту характеристику как наиболее чувствительную к изменениям напряженнодеформированного состояния геосреды.

Поэтому в дальнейшем планируется создать пакет прикладных программ, позволяющий в реальном времени отслеживать динамику ППР с целью выделения предвестников сильных землетрясений в районе южной Камчатки. Это повысит эффективность радонового метода для прогноза сильных землетрясений, а учет фрактальных свойств геосреды позволит в дальнейшем скорректировать оценки для ППР и скорости адвекции. Так как Rn оказывает влияние на электрические свойства приземной атмосферы, то представляет определенный интерес организация эксперимента по регистрации OA Rn в системе грунт-атмосфера, что даст возможность проверить результаты модельных расчетов работы [11].

Работа выполнена при финансовой поддержке Аналитической ведомственной целевой программы "Развитие научного потенциала высшей школы" № 2.1.1/544.

Список литературы

1. Граммаков А.Г. Эманационный (радоновый) метод поисков, исследования и разведки радиоактивных объектов. Тр. ЦНИГРИ, 1934. –Вып. 7. – 115 с.

2. Булашевич Ю.П., Хайритдинов Р.К. Диффузия эманации в пористых средах // Изв. АН СССР. Серия Геофизика. 1959. №12. С. 1787-1792.

3. Новиков Г.Ф., Капков Ю.Н. Радиоактивные методы разведки. М.: Недра, 1965. 750 с.

4. Паровик Р.И., Ильин И.А., Фирстов П.П. Обобщенная одномерная модель массопереноса радона ²²²Rn и его эксхаляция в приземный слой атмосферы // Математическое моделирование. 2007. №11. Т. 19. С.43-50.

5. Паровик Р.И. Методика расчета плотности потока радона (OA ²²²Rn) с поверхности Земли // Современные научные технологии для научных исследований: Материалы Всероссийской конференции, Магадан, 24–26 апреля 2008. – Магадан: СВНЦ ДВО РАН, 2008. – С. 194–195.

6. Паровик Р.И., Фирстов П.П. Методика регистрации радона (²²²Rn) на Петропавловск - Камчатском геодинамическом полигоне / // Труды первой региональной научно-технической конференции: Проблемы комплексного геофизического мониторинга Дальнего Востока России, Петропавловск-Камчатский, 11-17 ноября 2007. – Петропавловск-Камчатский: КФ ГС РАН, 2008. – С. 203–207.

7. Паровик Р.И., Фирстов П.П. Апробация новой методики расчета плотности потока радона с поверхности Земли (на примере Петропавловск-Камчатского геодинамического полигона) // Аппаратура и новости радиационных измерений, 2009. №3. С. 52-57.

8. Паровик Р.И., Фирстов П.П. Алгоритм расчета плотности потока радона с поверхности Земли // Вестник ТГУ. Серия Математика и Механика. 2008. №3(4). С. 96–102.

9. Паровик Р.И. Свидетельство №50200701049. Программа обработки геофизических данных «РЭКСЭМ», 2007.

10. Паровик Р.И., Шевцов Б.М., Фирстов П.П. Модель переноса радона (²²²Rn) в режиме супердиффузии во фрактальной среде // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной Академии Наук. 2008. Т. 10. №2. С. 79-84.

11. Паровик Р.И., Шевцов Б.М. Моделирование процесса массопереноса радона (²²²Rn) из фрактальной среды в атмосферу // Математическое моделирование, 2009. №8. Т.21. С. 30-36.

12. Спивак А.А., Сухоруков М.В., Харламов В.А. Особенности эманации радона ²²²Rn с глубиной / // ДАН. – 2008. – Т. 420. – № 6. – С. 825–828.

13. Фирстов П.П., Рудаков В.П. Результаты регистрации подпочвенного радона в 1997-2000 гг. на Петропавловск-Камчатском геодинамическом полигоне // Вулканология и сейсмология. 2003. № 1. С. 26-41.

14. Фирстов П.П., Широков В.А., Руленко О.П., Яковлева В.С. и др. О связи динамики подпочвенного радона (²²²Rn) и водорода с сейсмической активностью Камчатки в июле - августе 2004 г. // Вулканология и сейсмология. 2006. № 5. С. 49-59.

15. Фирстов П.П., Пономарев Е.А., Чернева Н.В. и др. К вопросу влияния баровариаций на поступления радона в атмосферу // Вулканология и сейсмология. 2007. № 6. С. 6-53.

16. Яковлева В.С., Каратаев В.Д. Плотность потока радона с поверхности земли как возможный индикатор изменений напряженно-деформированного состояния геологической среды // Вулканология и сейсмология. – 2007. – № 1. – С. 74–77.